Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $\left\{2022+\sqrt{2}\right\}=\left\{\sqrt{2}\right\}=\sqrt{2}-\left[\sqrt{2}\right]=\sqrt{2}-1$	**3p**
	$a=\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)\Rightarrow a=1\in\mathbf{N}$	**2p**
5p	**2.** $G_f\cap Ox=\varnothing\Leftrightarrow\Delta<0$	**2p**
	$\Delta<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow m\in(-2,2)\cap\mathbf{Z}\Leftrightarrow m\in\{-1,0,1\}$	**3p**
5p	**3.** $2\lg x=\lg(x+2)\Leftrightarrow x^2-x-2=0$	**3p**
	$x=-1$, care nu convine, $x=2$, care convine	**2p**
5p	**4.** Numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente este:	
	$C_n^2+C_n^4+C_n^6+\ldots=2^{n-1}-C_n^0=2^{n-1}-1$	**3p**
	$2^{n-1}-1=511\Leftrightarrow 2^{n-1}=512=2^9\Leftrightarrow n-1=9\Leftrightarrow n=10$	**2p**
5p	**5.** d: $2x-3y+1=0\Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\Rightarrow m_d=\frac{2}{3}$	
	$a\perp d\Rightarrow m_a\cdot m_d=-1\Rightarrow m_a\cdot\frac{2}{3}=-1\Rightarrow m_a=-\frac{3}{2}$	**3p**
	Ecuația dreptei a: $y-y_A=m_a\cdot(x-x_A)\Leftrightarrow y-2=-\frac{3}{2}(x-1)\Leftrightarrow 2y-4=-3x+3\Leftrightarrow a$: $3x+2y-7=0$	**2p**
5p	**6.** $\sin A+\cos A=0\Leftrightarrow tgA=-1$	**2p**
	$A\in(0,\pi)\Rightarrow A=\frac{3\pi}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $A(0)=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&i&0\\-1&0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow\det A(0)=\begin{vmatrix}1&0&2\\0&i&0\\-1&0&-1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-i+0+0-(-2i)-0-0=i$	**3p**
5p	**b)** $\det A(a)=\begin{vmatrix}1&a&2\\a&i&a\\-1&a&-1\end{vmatrix}=a^2+i$, pentru orice număr real a	**2p**
	Cum, pentru orice număr real a, $a^2+i\neq 0$, obținem că $\det A(a)\neq 0$, deci, pentru orice număr real a, matricea $A(a)$ este inversabilă	**3p**
5p	**c)** $A(0)\cdot A(0)=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&i^2&0\\0&0&-1\end{pmatrix}=-I_3$	**2p**
	$\underbrace{A(0)\cdot A(0)\cdot A(0)\cdot\ldots\cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori } A(0)}=\underbrace{(-I_3)\cdot(-I_3)\cdot(-I_3)\cdot\ldots\cdot(-I_3)}_{\text{de 1011 ori } (-I_3)}=-I_3$	**3p**

5p	**2. a)** $x \circ y = xy - 6x - 6y + 36 + 6 =$	**2p**
	$= x(y-6) - 6(y-6) + 6 = (x-6)(y-6) + 6$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
5p	**b)** Elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$” este 7	**1p**
	$x' \in \mathbf{Z}$ este simetricul lui $x \in \mathbf{Z}$ dacă $x \circ x' = x' \circ x = 7$, de unde $x' = 6 + \frac{1}{x-6}$, $x \neq 6$	**2p**
	$x = 6$ nu este simetrizabil. Cum $x' \in \mathbf{Z}$, obţinem $x = 5$ sau $x = 7$, de unde rezultă că $(x, x') \in \{(5,5),(7,7)\}$	**2p**
5p	**c)** $x \circ 6 = 6$ şi $6 \circ y = 6$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**
	Deoarece legea „$\circ$” este asociativă, avem $\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \frac{2022}{3} \circ \ldots \circ \frac{2022}{2022} =$	
	$= \underbrace{\left(\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \ldots \circ \frac{2022}{336}\right)}_{x} \circ \frac{2022}{337} \circ \underbrace{\left(\frac{2022}{338} \circ \ldots \circ \frac{2022}{2022}\right)}_{y} = x \circ 6 \circ y = (x \circ 6) \circ y = 6 \circ y = 6$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x) = \text{arctgx} + x \cdot \frac{1}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2+1} = \text{arctgx} - \frac{x}{x^2+1}$, $x \in \mathbf{R}$	**5p**
5p	**b)** $f''(x) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbf{R}$	**3p**
	$\Rightarrow f''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow$ f convexă pe $\mathbf{R}$	**2p**
5p	**c)** $f''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow f'$ crescătoare pe $\mathbf{R} \Leftrightarrow$ g crescătoare pe $\mathbf{R}$	**2p**
	$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = \frac{\pi}{2}$ și, cum g este continuă pe $\mathbf{R}$, rezultă că Im $g = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$	**3p**
5p	**2. a)** $\int \frac{f^2(x)}{x} dx = \int (x - x^2)\, dx =$	**3p**
	$= \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + C$	**2p**
5p	**b)** F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$, $x \in (-\infty, 0)$	**2p**
	Se obțin valorile $a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{2}{15}$, $c = -\frac{4}{15}$	**3p**
5p	**c)** F și G primitive ale funcției $f \Rightarrow G(x) = F(x) + c = \left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{2}{15}x - \frac{4}{15}\right)\sqrt{1-x} + c$, $c \in \mathbf{R}$	**2p**
	$\lim\limits_{x \to -\infty} G(x) = \infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{(-x)^5} = \infty$ și cum $G'(x) = f(x) = x\sqrt{1-x}$, $x \in (-\infty, 0)$, rezultă	**1p**
	$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{G'(x)}{\left(\sqrt{(-x)^5}\right)'} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{\frac{5}{2}x\sqrt{-x}} = \frac{2}{5} \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x\sqrt{1-x}}{x\sqrt{-x}} = \frac{2}{5} \lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5}$	**2p**