Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot\left\{2022+\sqrt{2}\right\}$ este număr natural, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracţionară a numărului real x.

5p **2.** Determinaţi mulţimea valorilor întregi ale numărului real m, pentru care reprezentarea graficului funcţiei $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+mx+1$ nu intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\dfrac{\lg x}{\lg(x+2)}=\dfrac{1}{2}$.

5p **4.** Determinați $n\in\mathbf{N}^*$ știind că numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente ale unei mulțimi cu n elemente este 511.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1,2)$ și dreapta d: $2x-3y+1=0$. Determinați ecuația dreptei care trece prin A și este perpendiculară pe d.

5p **6.** Determinați măsura unghiului A al unui triunghi ABC, știind că $\sin A+\cos A=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a & 2\\ a & i & a\\ -1 & a & -1\end{pmatrix}$, unde $i^2=-1$ şi a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det A(0)=i$.

5p **b)** Demonstraţi că, pentru orice număr real a, matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Calculaţi $\underbrace{A(0)\cdot A(0)\cdot A(0)\cdot\ldots\cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori}}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă şi cu element neutru $x\circ y=xy-6x-6y+42$.

5p **a)** Arătaţi că $x\circ y=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Determinaţi perechile de numere întregi (x,x'), unde x' este simetricul lui x în raport cu legea „$\circ$“.

5p **c)** Calculaţi $\dfrac{2022}{1}\circ\dfrac{2022}{2}\circ\dfrac{2022}{3}\ldots\circ\dfrac{2022}{2022}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x \cdot \text{arctg}x - \ln(x^2+1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \text{arctg}x - \frac{x}{x^2+1}$, $x \in \mathbf{R}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

5p **c)** Fie funcția $g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f'(x)$. Determinați imaginea funcției g.

2. Se consideră funcția $f: (-\infty, 0) \to \mathbf{R}$, $f(x) = x\sqrt{1-x}$.

5p **a)** Calculați $\int \frac{f^2(x)}{x} dx$, $x \in (-\infty, 0)$.

5p **b)** Determinați numerele reale a, b, c astfel încât funcția $F: (-\infty, 0) \to \mathbf{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{1-x}$ să fie o primitivă a funcției f.

5p **c)** Fie $G: (-\infty, 0) \to \mathbf{R}$ o primitivă a funcției f. Calculați $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}}$.