INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU

Simulare județeană a examenului național de bacalaureat 2023
Februarie 2023
Proba E.c) - Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați partea întreagă a numărului real $\log_{\sqrt{2}} 3$.

5p **2.** Determinați valorile parametrului real m pentru care ecuația $x^2 - mx + m = 0$ are două rădăcini reale și distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 3^{2-x} = 10$.

5p **4.** Se consideră mulțimea M, formată cu toate numerele de 4 cifre din mulțimea $\{1,2,3,4\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din M, acesta să nu conțină nicio cifră pară între două cifre impare și nicio cifră impară între două cifre pare.

5p **5.** Se consideră dreapta de ecuație $d: x - 2y + 1 = 0$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $P(-4,1)$ și este paralelă cu d.

5p **6.** Demonstrați că egalitatea $tg\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$ are loc pentru orice $x \in (-\pi, \pi)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x+3 & y+3 & 4 \\ x^2-x+1 & y^2-y+1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x,y $\in \mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $A(1,1)^2 = 6A(1,1)$.

5p **b)** Demonstrați că $\det(A(x,y)) = (x-1)(y-1)(y-x)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Aflați perechile de numere naturale (m, n) pentru care ecuația matriceală $A(2^m, 3^n)X = 2I_3$ are soluție unică.

2. Pe mulțimea numerelor complexe se consideră legea de compoziție asociativă

$z_1 * z_2 = (z_1 - 1 + i)(z_2 - 1 + i) + 1 - i$.

5p **a)** Demonstrați că elementul neutru al legii de compoziție este 2-i.

5p **b)** Determinați simetricul elementului z = 4+i .

5p **c)** Demonstrați că mulțimea $H = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 + i| = 1\}$ este parte stabilă a mulțimii numerelor complexe în raport cu legea de compoziție dată.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=\frac{lnx}{\sqrt{x}}$
5p	**a)** Determinați asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**b)** Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $3^{\sqrt{5}}<5^{\sqrt{3}}$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.
5p	**a)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este funcție convexă pe $(0,+\infty)$.
5p	**b)** Calculați $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.
5p	**c)** Demonstrați că $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\int_{n}^{n+1} f(x)dx}{n}$ =1.