Simulare județeană a examenului național de bacalaureat 2023
Februarie 2023
Proba E. c) - Matematică M_şt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin înpărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1 = a_3 - 2r$, $a_2 = a_3 - r$, $a_4 = a_3 + r$, $a_5 = a_3 + 2r$	**3p**
	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 5a_3 = 10$	**2p**
2.	$f(3) = -5$	**2p**
	$(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(-5) = -21$	**3p**
3.	$x^2 - 2x + 5 = (x+1)^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 5 = x^2 + 2x + 1$	**3p**
	$x = 1$, care convine	**2p**
4.	$f(3)$ și $f(4)$ pot fi alese în câte 4 moduri	**3p**
	Există $4 \cdot 4 = 16$ funcții $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}$ care au proprietatea $f(1) = f(2) = 3$	**2p**
5.	$x_M = 1$, $y_M = 4$, unde M este mijlocul segmentului AB	**2p**
	$m_{AB} = 1 \Rightarrow m_{mediatoare} = -1$, deci ecuația mediatoarei segmentului AB este $y = -x + 5$	**3p**
6.	$C = \frac{\pi}{3}$	**2p**
	$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = 3$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(2)) = \begin{vmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= -9 + 0 + 0 - (-8) - 0 - 0 = -9 + 8 = -1$	**3p**
b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} -xy + 3x + 3y - 7 & 0 & 2xy - 6x - 6y + 16 \\ 0 & 1 & 0 \\ -xy + 3x + 3y - 8 & 0 & 2xy - 6x - 6y + 17 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 5 - (xy - 3x - 3y + 12) & 0 & 2(xy - 3x - 3y + 12) - 8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 - (xy - 3x - 3y + 12) & 0 & 2(xy - 3x - 3y + 12) - 7 \end{pmatrix} = A(xy - 3x - 3y + 12) =$	**2p**
	$= A((x-3)(y-3)+3)$, pentru orice numere reale x și y	
c)	$A(a) \cdot A(b) \cdot A(c) = A(8) \Leftrightarrow A((a-3)(b-3)(c-3)+3) = A(8)$	**3p**
	$(a-3)(b-3)(c-3) = 5$, de unde numerele $\overline{abc}$ sunt: 448, 484, 844, 228, 282, 822	**2p**

2.a)	$2\circ(-1)=3\cdot 2\cdot(-1)-6\cdot 2-6\cdot(-1)+14=$ $=-6-12+6+14=2$	**3p** **2p**
b)	$3x^2-12x+14\le 5\Leftrightarrow 3(x-1)(x-3)\le 0$ $x\in[1,3]$	**3p** **2p**
c)	$x\circ 2=2$ și $2\circ y=2$, pentru orice numere reale x și y $\sqrt[3]{1}\circ\sqrt[3]{2}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{2023}=\left(\left(\sqrt[3]{1}\circ\sqrt[3]{2}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{7}\right)\circ 2\right)\circ\left(\sqrt[3]{9}\circ\sqrt[3]{10}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{2023}\right)=$ $=2\circ\left(\sqrt[3]{9}\circ\sqrt[3]{10}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{2023}\right)=2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x-1$ $f'(0)=e^0-1=0$	**3p** **2p**
b)	$m=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{e^x}{x}-1-\frac{7}{x}\right)=0-1-0=-1$ $n=\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-mx)=\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x-7)=-7$ Dreapta de ecuaţie $y=mx+n$, adică $y=-x-7$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției f	**2p** **2p** **1p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ $f'(x)\le 0$ pentru orice $x\in(-\infty,0]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,0]$, $f'(x)\ge 0$ pentru orice $x\in[0,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,+\infty)$. Cum $f(0)=-6$, obţinem $f(x)\ge -6$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $f(-x)\ge -6$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci $(1-x)e^x\le 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int_0^1\frac{f(x)}{x^2+1}dx=\int_0^1 e^x\,dx=e^x\Big\vert_0^1=$ $=e-1$	**3p** **2p**
b)	F este primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $F''(x)=f'(x)=e^x(x+1)^2\ge 0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci F este convexă	**2p** **3p**
c)	$\int_1^a\frac{e^{-x}f(x)}{x^2}dx=\int_1^a\left(1+\frac{1}{x^2}\right)dx=\left(x-\frac{1}{x}\right)\Big\vert_1^a=a-\frac{1}{a}$ $a-\frac{1}{a}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 2a^2-3a-2=0$ și, cum $a>1$, obținem $a=2$	**3p** **2p**