Simulare județeană a examenului național de bacalaureat 2023
Februarie 2023
Proba E. c) - Matematică M_şt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați suma primilor cinci termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 4$. Calculați $(f\circ f)(3)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-2x+5} - x = 1$.

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{1,2,3,4\}\to\{1,2,3,4\}$ care au proprietatea $f(1) = f(2) = 3$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ şi $B(3,6)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, știind $AC = \sqrt{6}$, iar unghiurile $A = \frac{5\pi}{12}$ și $B = \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 5-x & 0 & 2x-8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4-x & 0 & 2x-7 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det(A(2)) = -1$.

5p **b)** Arătați că $A(x)\cdot A(y) = A((x-3)(y-3)+3)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele naturale $\overline{abc}$ pentru care $A(a)\cdot A(b)\cdot A(c) = A(8)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă

$$x\circ y = 3xy - 6x - 6y + 14.$$

5p **a)** Arătați că $2\circ(-1) = 2$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x \leq 5$.

5p **c)** Calculați $\sqrt[3]{1}\circ\sqrt[3]{2}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{2023}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 7$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(0) = 0$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstraţi că $(1-x)e^x \leq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2+1)$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx = e-1$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcţiei f este convexă.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>1$, pentru care $\int_1^a \frac{e^{-x}f(x)}{x^2}dx = \frac{3}{2}$.