Simularea examenului național de bacalaureat 2023
Barem de evaluare și notare
Matematică *M_mate-info*

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct , dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5 \leq 2x+3 < 6$ $2 \leq 2x < 3 \Rightarrow 1 \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow x \in [1;\frac{3}{2})$	**2p** **3p**
2.	$z = a+ib,\ cu\ a,b \in \mathbb{R} \qquad 3(a+ib)+2(a-ib)+15-i=0$ $(5a+15)+i(b-1)=0 \Rightarrow a=-3, b=1 \Rightarrow z=-3+i$	**2p** **3p**
3.	$T_{k+1} = C_{12}^k \cdot (\sqrt{a})^{12-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^k = C_{12}^k \cdot a^{6-k}$ $6-k=0 \Rightarrow k=6 \Rightarrow T_7 = C_{12}^6$	**3p** **2p**
4.	$\lvert\vec{v}\rvert = \sqrt{(m-1)^2+(2m-3)^2} = \sqrt{5m^2-14m+10}$ $5m^2-14m+10$ minim pentru $m = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$	**3p** **2p**
5.	$sin^2x + cos^2x = 1 \Rightarrow \lvert cosx\rvert = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Cum $x \in \left(\frac{\pi}{2},\pi\right) \Rightarrow cosx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $tg\frac{x}{2} = \frac{sinx}{1+cosx} = 2+\sqrt{3}$	**2p** **3p**
6.	$m_1 = -\frac{4}{3}, m_2 = -\frac{1}{7}$ $tg\alpha = \left\lvert\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right\rvert = 1$, α unghi ascuțit $\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II – lea **(30 de puncte)**

1a)	$det(A(0)) = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 8+16+4-16-32-1 = -21$	**2p** **3p**
b)	$det(A(x)) = \begin{vmatrix} 7-x & 7-x & 7-x \\ 1 & 2-x & 2 \\ 2 & 4 & 1-x \end{vmatrix} = (7-x)(x^2-3)$ $rang(A(x)) = 3 \Rightarrow det(A(x)) \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{7,\sqrt{3},-\sqrt{3}\}$	**3p** **2p**
c)	$det(A(lgx)) = 0 \Rightarrow (7-lgx)(lg^2x-3) = 0 \Rightarrow lgx = 7, lg^2x = 3$ $x = 10^7, \quad x = 10^{\sqrt{3}}, \quad x = 10^{-\sqrt{3}}$	**2p** **3p**
2a)	$x * y = x(y-3)-3(y-3)+3 =$ $= (x-3)(y-3)+3$	**3p** **2p**
b)	Se demonstrează prin inducție $P(n): \underbrace{a*a*\ldots*a}_{de\ n\ ori\ a} = (a-3)^n+3, n \in \mathbb{N}^*$ $(a-3)^{2023}+3 = 4 \Rightarrow (a-3)^{2023} = 1 \Rightarrow a = 4$	**3p** **2p**
c)	$3^x * 9^y * 27^z = 3 \Rightarrow (3^x-3)(9^y-3)(27^z-3) = 0$	**2p** **3p**

	$x=1\,,y=\frac{1}{2}\,,z=\frac{1}{3}$	

SUBIECTUL al III – lea **(30 de puncte)**

1a)	$f'(x)=1+\ln x+x\cdot\frac{1}{x}$ $f'(x)=2+\ln x\,,x\geq 1$	**3p** **2p**
b)	$f'(x)>0\,,(\forall)x\geq 1\Rightarrow f$ strict crescătoare pe $[1,\infty)\Rightarrow f$ injectivă . $f(1)=1\,,\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty$ f continuă și strict crescătoare pe $[1,\infty)\Rightarrow Im\,f=[1,\infty)\Rightarrow f$ surjectivă . Cum f este injectivă și surjectivă $\Rightarrow$ f este bijectivă.	**2p** **3p**
c)	$f^{-1}(x)=y\,,\quad y\to\infty\,,\ x=y(1+\ln y)$. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f^{-1}(x)\cdot\ln x}{x}=\lim\limits_{y\to\infty}\frac{y\cdot\ln[y(1+\ln y)]}{y(1+\ln y)}=\lim\limits_{y\to\infty}\frac{\ln y+\ln(1+\ln y)}{1+\ln y}=1$	**2p** **3p**
2a)	$\mathcal{I}_1=\int f_1\,(x)dx=\int\sin x\cos x\,dx=$ $=\int\sin x\cdot(\sin x)'\,dx=\frac{sin^2x}{2}+\mathcal{C}$	**2p** **3p**
b)	$f_2(x)=\sin x\cos x\cos 2x=\frac{1}{4}\sin 4x\ ,x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$ F_2 primitiva funcției $f_2\Rightarrow {F_2}''(x)=f_2'(x)=\cos 4x,\,x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$ ${F_2}''(x)\geq 0\,,(\forall)\,x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right]\Rightarrow F_2$ convexă pe $\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$	**2p** **3p**
c)	$I_{2023}=\int f_{2023}\,(x)dx=\frac{1}{2^{2023}}\int\sin(2^{2023}x)dx=-\frac{1}{2^{4046}}\cdot\cos(2^{2023}x)+\mathcal{C}$ $F_{2023}(x)=-\frac{1}{2^{4046}}\cos(2^{2023}x)+c\,,F_{2023}(0)=0\Rightarrow c=\frac{1}{2^{4046}}\Rightarrow$ $\Rightarrow F_{2023}(x)=-\frac{1}{2^{4046}}\cos(2^{2023}x)+\frac{1}{2^{4046}}$	**3p** **2p**