Simulare județeană a Examenului național de bacalaureat 2023
Ianuarie 2023
Proba E.c) - Matematică M_mate-info
Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică
• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
• Timpul de lucru efectiv este de trei ore

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $[2x+3]=5$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x.

5p **2.** Determinați numărul complex z cu proprietatea $3z+2\bar{z}+15-i=0$.

5p **3.** Să se găsească termenul independent de a din dezvoltarea $\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^{12}$, unde $a>0$.

5p **4.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care modulul vectorului $\vec{v}=(m-1)\vec{i}+(2m-3)\vec{j}$ are valoarea minimă.

5p **5.** Calculați $tg\frac{x}{2}$ știind că $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și $\sin x=\frac{1}{2}$.

5p **6.** Să se calculeze măsura unghiului ascuțit dintre dreptele $d_1: 4x+3y-2=0$ și $d_2: x+7y-4=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}4-x & 1 & 4\\ 1 & 2-x & 2\\ 2 & 4 & 1-x\end{pmatrix}, x\in\mathbb{R}$

5p **a)** Arătați că $det(A(0))=-21$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $rang(A(x))=3$.

5p **c)** Rezolvați ecuația $det(A(lgx))=0,\ x>0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă
$$x*y=xy-3x-3y+12.$$

5p **a)** Arătați că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele reale a, pentru care $\underbrace{a*a*...*a}_{de\ 2023\ ori\ a}=4$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x*9^y*27^z=3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:[1,\infty)\to[1,\infty), f(x)=x\cdot(1+\ln x)$

5p **a)** Arătați că $f'(x)=2+\ln x,\ x\in[1,\infty)$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este bijectivă.

5p **c)** Calculați următoarea limită $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f^{-1}(x)\cdot\ln x}{x}$

2. Se consideră $f_n:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}, f_n(x)=\sin x\cdot\cos x\cdot\cos 2x\cdot...\cdot\cos 2^{n-1}x$ și $I_n=\int f_n(x)dx,\ n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Calculați I_1.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f_2 este convexă pe $\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$.

5p **c)** Să se determine primitiva funcției f_{2023} care trece prin punctul $A(0,0)$.