Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1+a_2+a_3+a_4=14$ și $a_1=2$.

5p **2.** Arătați că $f(1)-f(-1)=4$ pentru orice număr real m, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+3}=7^{4x}$.

5p **4.** Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați aria triunghiului ABC.

5p **6.** Se consideră rombul $ABCD$ cu $AB=5$ și $BD=6$. Calculați $\sin(\measuredangle ADB)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+5$.

5p **1.** Arătați că $(-1)*1=5$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **3.** Arătați că $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2*x=7$.

5p **5.** Demonstrați că $(x^2-y-5)*(x-y^2)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Determinați numerele naturale m și n pentru care $m*n=6$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=-2$.

5p **2.** Demonstrați că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

5p **3.** Arătați că $A\cdot A-3A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A-xI_2)=2$.

5p **5.** Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aA+6I_2$.

5p **6.** Determinați numerele reale p și q pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2 & 1\\ p & q\end{pmatrix}$.