Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE ***Simulare***

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$m_a=\dfrac{10-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}}{2}=$	**3p**
	$=\dfrac{10}{2}=5$	**2p**
2.	$-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3m}{2}$	**2p**
	$\dfrac{3m}{2}=\dfrac{3}{2}$	**2p**
	$m=1$	**1p**
3.	$3^x\left(1+3^2\right)=10\Leftrightarrow 3^x=1$	**3p**
	$x=0$	**2p**
4.	$p+\dfrac{25}{100}\cdot p=250,$ unde p este prețul obiectului înainte de scumpire	**2p**
	$p=200$ lei	**3p**
5.	$x_M=1, y_M=2,$ unde punctul M este mijlocul laturii BC	**2p**
	$AM=2$	**3p**

6.	$\sin^2 x = 1-\cos^2 x = \frac{1}{2}$ și, cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = (\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = 3\cdot(-3) - (-2)\cdot 5 =$	**3p**
	$= -9 + 10 = 1$	**2p**
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A \cdot A + I_2 = \begin{pmatrix} -1+1 & 0 \\ 0 & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	**2p**
c)	$A - aI_2 = \begin{pmatrix} 3-a & -2 \\ 5 & -3-a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - aI_2) = \begin{vmatrix} 3-a & -2 \\ 5 & -3-a \end{vmatrix} = -9 + a^2 + 10 =$	**3p**
	$= a^2 + 1 \geq 1$, pentru orice număr real a	**2p**
2.a)	$f(1) = 1^3 - 3\cdot 1^2 + 2\cdot 1 =$	**2p**
	$= 1 - 3 + 2 = 0$	**3p**
b)	Câtul este $X^2 - X$	**2p**
	Restul este 0	**3p**
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 3$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 2$	**3p**
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3^2 - 2\cdot 2 = 5$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 1\cdot \ln x + x\cdot \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**3p**
	Finalizare	**2p**
b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$	**2p**
	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \left[\frac{1}{e}, +\infty\right) \Rightarrow f$ crescătoare pe intervalul $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$	**3p**

c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right]\Rightarrow f$ descrescătoare pe intervalul $\left(0,\frac{1}{e}\right]$ Din tabelul de variație obținem $f(x)\ge f\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{1}{e}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p** **2p**
2.a)	$\int_1^3 xf(x)dx=\int_1^3 x\frac{x^2+1}{x}dx=\int_1^3\left(x^2+1\right)dx=$ $=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big\vert_1^3=\frac{32}{3}$	**2p** **3p**
b)	$\int_1^2 xe^x dx=xe^x\Big\vert_1^2-\int_1^2 e^x dx=$ $=2e^2-e-e^x\Big\vert_1^2=e^2$	**3p** **2p**
c)	$Aria=\int_1^a\vert f(x)\vert dx=\int_1^a\left(x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\ln x\right)\Big\vert_1^a=\frac{a^2-1}{2}+\ln a$ Din $Aria=4+\ln a\Rightarrow\frac{a^2-1}{2}=4\Rightarrow a^2=9\Rightarrow a=\pm 3$, deoarece $a>1\Rightarrow a=3$	**3p** **2p**