Examenul național de bacalaureat -Simulare

Proba E. c)

Matematică *M1_matematică-informatică*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(2+i)^2(2-i)^2=[(2+i)(2-i)]^2=(4-i^2)^2=$ $=[4-(-1)]^2=5^2=25$	**3p** **2p**
2.	$\Delta=1^2-4\cdot 6(-1)=25,$ $f_{max}=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{25}{4(-1)}=\frac{25}{4}$	**2p** **3p**
3.	$x\in(0,\infty)\setminus\{1\},\ log_2 x=t, t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}\Rightarrow 2t^2-5t+2=0$ $t_1=2, t_2=\frac{1}{2},\ log_2 x=2,\ log_2 x=\frac{1}{2}\Rightarrow x\in\{4,\sqrt{2}\}$	**3p** **2p**
4.	Sunt 50 de numere naturale impare mai mici ca 100, deci sunt 50 de cazuri posibile. Sunt 24 cazuri favorabile: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 $P=\frac{numărul\ cazurilor\ favorabile}{numărul\ cazurilor\ posibile}=\frac{24}{50}=$ $=\frac{12}{25}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{-1+0+x_C}{3}, \frac{1}{3}=\frac{0+2+y_C}{3}$ $x_C=2, y_C=-1\Rightarrow C(2,-1)$	**3p** **2p**
6.	$\sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=$ $=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=$ $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(-8)=\begin{pmatrix}2 & -2 & 1\\ 2 & -8 & -2\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$, $\det(A(-8))=2\cdot(-8)\cdot 2+(-2)\cdot(-2)\cdot 1+2\cdot 2\cdot 1-1\cdot(-8)\cdot 1-2\cdot(-2)\cdot 2-2\cdot(-2)\cdot 2=0$	**2p** **3p**
b)	Matricea A este inversabilă în $M_3(R)\Leftrightarrow \det(A(a))\neq 0$	**2p** **3p**

	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}2 & -2 & 1\\ 2 & a & -2\\ 1 & 2 & 2\end{vmatrix}=4a+4+4-a+8+8=3a+24$, $3a+24\neq 0\Rightarrow a\in R\setminus\{-8\}$.	
c)	Presupunem că există $a\in R$ astfel încât sistemul (S)admite o soluție (x_0,y_0,z_0) cu $x_0\in Z, y_0\in Z, z_0\in Z$, Din prima și a treia ecuație a sistemului rezultă $2x_0-2y_0+z_0=1$ și $x_0+2y_0+2z_0=1$, Prin adunare $3x_0+3z_0=2\Rightarrow 3(x_0+z_0)=2\Rightarrow$ 3 divide 2, fals. Deci sistemul (S) nu admite o soluție cu toate componentele numere întregi.	2p 3p
2.a)	$(x*y)*z=(x+y+xy)*z=x+y+xy+z+(x+y+xy)z=x+y+z+xy+$ $+xz+yz+xyz$ $x*(y*z)=x*(y+z+yz)=x+y+z+yz+x(y+z+yz)=x+y+z+xy+$ $xz+yz+xyz$, deci legea este asociativă.	2p 3p
b)	Fie e elementul neutru. Atunci $x*e=e*x=x,\forall x\in R\Leftrightarrow x+e+xe=x,\forall x\in R\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow e(x+1)=0,\forall x\in R\Leftrightarrow$ e=0, care verifică $x*0=0*x=x+0+0\cdot x=x,\forall x\in R$. Deci 0 este elementul neutru al legii "*".	3p 2p
c)	Avem că $x*y=x+y+xy=(x+1)(y+1)-1$. Fie $S_n=1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\ldots*\frac{1}{n}$, $n\in N^*$ $S_1=1, S_2=1*\frac{1}{2}=(1+1)\left(\frac{1}{2}+1\right)-1=2$ $S_3=1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}=\left(1*\frac{1}{2}\right)*\frac{1}{3}=(2+1)\left(\frac{1}{3}+1\right)-1=3$ Presupunem că $S_n=n$. Atunci $S_{n+1}=1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\ldots*\frac{1}{n}*\frac{1}{n+1}=\left(1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\ldots*\frac{1}{n}\right)*\frac{1}{n+1}=$ $n*\frac{1}{n+1}=(n+1)\left(\frac{1}{n+1}+1\right)-1=n+2-1=n+1$. Conform principiului inducției matematice $S_n=n,\forall n\in N^*. S_{2023}=2023$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{lnx}{\sqrt{x}}\right)'=\frac{(lnx)'\sqrt{x}-(\sqrt{x})'lnx}{x}=$ $\frac{\frac{\sqrt{x}}{x}-\frac{lnx}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{lnx}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{2-lnx}{2x\sqrt{x}}$	3p 2p
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow 2-lnx=0\Leftrightarrow lnx=2\Leftrightarrow x=e^2, f'(x)>0\ \forall x\in(0,e^2), f'(x)<0$ $\forall x\in(e^2,\infty)$ f este strict crescătoare pe intervalul $(0,e^2]$ și f este strict descrescătoare pe intervalul $[e^2,\infty)$	3p 2p
c)	Avem $3\in(0,e^2)$, $5\in(0,e^2)$, f este strict crescătoare pe intervalul $(0,e^2)$ și cum $3<5$ avem $f(3)<f(5)$ $\frac{ln3}{\sqrt{3}}<\frac{ln5}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow\sqrt{5}ln3<\sqrt{3}ln5\Leftrightarrow ln3^{\sqrt{5}}<ln5^{\sqrt{3}}\Leftrightarrow 3^{\sqrt{5}}<5^{\sqrt{3}}$.	3p 2p
2.a)	Pentru $x\in(0,\infty)$, $\int g(x)dx=\int\frac{\frac{x}{e^x}}{x}dx=\int\frac{1}{e^x}dx=$ $=\int e^{-x}dx=-e^{-x}+C$	2p 3p
b)	$\int f(x)dx=\int xe^{-x}dx=-\int x(e^{-x})'dx=$ $=-xe^{-x}+\int x'e^{-x}dx=-xe^{-x}+\int e^{-x}dx=-xe^{-x}-e^{-x}+C=-(x+1)e^{-x}+C$	2p 3p

c)	Fie $F: R \to R$, o primitivă a funcției f. Atunci $F'(x) = f(x), \forall x \in R$.	**2p**
	Cum $f(x) = xe^{-x} < 0, \forall x \in (-\infty, 0)$ și $f(x) = xe^{-x} > 0, \forall x \in (0, \infty)$ rezultă că F este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și F este strict crescătoare pe $[0, \infty)$ deci F are ca punct de minim punctul de abscisă $x_0 = 0$.	**3p**

ASUZAD