Inspectoratul Școlar Județean Buzău

Examenul național de bacalaureat – simulare

28 noiembrie 2023

Proba E. c)

Matematică *M1_matematică-informatică*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p 1. Arătați că $(2+i)^2(2-i)^2 = 25$.

5p 2. Se consideră funcția $f: R \to R, f(x) = 6 + x - x^2$. Determinați valoarea maximă a funcției $f(x)$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$.

5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{n \in N | n \text{ este impar și } n < 100\}$. Calculați probabilitatea ca alegând un element din mulțimea A, acesta să fie număr prim.

5p 5. În sistemul de axe xOy se dau punctele $A(-1,0), B(0,2)$ și $G(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$. Să se determine coordonatele punctului C astfel încât G să fie centrul de greutate al triunghiului ABC.

5p 6. Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & a & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $a \in R$ și sistemul $(S): \begin{cases} 2x - 2y + z = 1 \\ 2x + ay - 2z = 0 \\ x + 2y + 2z = 1 \end{cases}$.

5p a. Calculați $\det(A(-8))$.

5p b. Să se determine $a \in R$ astfel încât matricea A să fie inversabilă în $M_3(R)$.

5p c. Să se arate că oricare ar fi $a \in R$ sistemul (S) nu admite o soluție (x_0, y_0, z_0) cu $x_0, y_0, z_0 \in Z$.

2. Pe R se definește legea de compoziție $x * y = x + y + xy$.

5p a. Să se demonstreze că legea de compoziție " $*$ " este asociativă.

5p b. Să se determine elementul neutru al lui R în raport cu legea de compoziție " $*$ ", dacă acesta există.

5p c. Să se calculeze $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{2022} * \frac{1}{2023}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \to R, f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}, x \in (0, \infty)$.

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p c) Să se compare numerele $3^{\sqrt{5}}$ și $5^{\sqrt{3}}$.

2. Fie funcția $f: R \to R, \ f(x) = \frac{x}{e^x}$.

5p a. Determinați mulțimea primitivelor funcției $g: (0, \infty) \to R, g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

5p b. Determinați mulțimea primitivelor funcției f.

5p c. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f are un punct de minim.