Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2023
Proba E.c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii.Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\log_{2023} 17 + \log_{2023} 119 + \sqrt{0,0625} = \frac{5}{4}$.

5p **2.** Determinați numărul real m, pentru care soluțiile ecuației $x^2 - (3m-4)x + m - 3 = 0$, verifică relația $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 2^x + 4^x - 8^x = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{0,1,2,.....,9\}$, acesta să fie soluție a ecuației $f(n) = 0$, unde $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(n) = n^3 + 3n - 4$.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 6\sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle A) = 120^o$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Arătați că $\sin(a+b) = 1$, știind că $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq b$ și $\sin a + \cos a = \sin b + \cos b$.

SUBIECTUL AL II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{pmatrix}$ unde *m* este număr real.

5p **a)** Arătați că det(A(0)) = 0 .

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui *m* pentru care matricea A*(m)* este inversabilă.

5p **c)** În reperul cartezian *x*O*y* se consideră punctele necoliniare A(1,1), B(m, m^2) și C($m+1, (m+1)^2$), unde *m* este un număr real. Determinați numerele reale *m*, știind că triunghiul ABC are aria egală cu 1.

2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2$.

5p **a)** Arătați că $(2+i) * (2-i) = 9$.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real nenul *a*, numărul A = (-1+ (a+1)*i*) ∗ (-1+ (a-1)*i*) este real strict mai mic decât 0.

5p **c)** Determinați numerele complexe *z* penru care $z * z = -5$.

SUBIECTUL AL III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln(x+1)$.

5p a) Calculați $f'(x), x\in(-1,+\infty)$.

5p b) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}$.

5p c) Demonstrați că $\ln(x+1)\le x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

5p a) Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 \dfrac{f(x)+x^2 f(x)}{x^4+1}dx=\dfrac{\pi}{8}$.

5p c) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x-1}\int_1^x f(t)dt$.