Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\Rightarrow z^2=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ $\left\|z^2\right\|=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1$	3p 2p
2.	$f_{\min}=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{m^2-4}{4}$ $m^2-4=32\Rightarrow m_{1,2}=\pm 6$	3p 2p
3.	$5^{x+1}+5^{-x}=6\Rightarrow 5\cdot 5^x+\frac{1}{5^x}=6\Rightarrow 5\cdot 5^{2x}-6\cdot 5^x+1=0$ $5^x=1\Rightarrow x_1=0$ $5^x=\frac{1}{5}\Rightarrow x_2=-1$	3p 2p
4.	Nr. cazuri posibile:90; cazuri favorabile: $4^2,5^2,\cdots,9^2$. $P=\frac{6}{90}\Rightarrow P=\frac{1}{15}$	3p 2p
5.	g: $y-y_A=m(x-x_A)$; $m\cdot m_d=-1$ $m_d=-\frac{1}{2}\Rightarrow m=2\Rightarrow g:\ y+2=2(x-1)\Rightarrow\ g:\ y=2x-4$	3p 2p
6.	$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha\Rightarrow\cos^2\alpha=1-\frac{1}{9}\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{8}{9}\overset{\cos\alpha<0}{\Rightarrow}\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $tg\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{4}$	3p 2p

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A)=\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ a & 1 & -2\\ -1 & 3 & 1\end{vmatrix}=1+3a-4+1+6+2a$ $\det(A)=5a+4$	3p 2p
b)	$x=1, y=0, z=-1$ verifică ecuațiile $a+0+2=1\Rightarrow a=-1$ $-1+0-1=b\Rightarrow b=-2$	3p 2p
c)	$\det(A)=0\Rightarrow a=-\frac{4}{5}\Rightarrow rang\ (A)\le 2$ $d_2=\begin{vmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{vmatrix}=3\neq 0, deci\ rang(A)=2$ $d_{car}=\begin{vmatrix}-2 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 1\\ 3 & 1 & b\end{vmatrix}=0\Rightarrow b=-\frac{5}{3}$	3p 2p
2. a)	$\sqrt{2}*2=2\sqrt{2}-\sqrt{2}-2+2$ $\sqrt{2}*2=\sqrt{2}$	3p 2p
b)	Element neutru: $e=2$ Fie x element simetrizabil $\Rightarrow(\exists)\,x'\in\mathbf{R}:\quad x*x'=x'*x=2\Rightarrow x'(x-1)=x$ $x\neq 1\Rightarrow(\exists)\,x'=\frac{x}{x-1}\in\mathbf{R}$, deci $U(\mathbf{R},*)=\mathbf{R}\setminus\{1\}$	3p 2p
c)	$\underbrace{x*x*x*\cdots*x}_{10\ ori\ x}=1025\Leftrightarrow(x-1)^{10}+1=1025$ $(x-1)^{10}=2^{10}\Rightarrow x-1=\pm 2\Rightarrow x_1=3\ ;\ x_2=-1$	3p 2p

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. a)	$f'(x)=\left(\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}\right)'=$ $=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{x}{(x+1)^2}$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{2x}=$ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{x}{(x+1)^2}}{2x}=\frac{1}{2}$	3p 2p
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=0;\quad f'(x)<0,\forall x<0;\quad f'(x)>0,\forall x>0$	3p 2p

Probă scrisă la matematică *M_mate-info* **Simulare**
Barem de evaluare şi de notare
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

	$x=0$ este punct de minim global, deci $f(x)\geq f(0)=0$	
2. a)	$\left(F_1(x)\right)'=\left(\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)\right)'$ $=\frac{x}{x^2+4}=f_1(x),\forall x\in\mathbf{R}.$	3p 2p
b)	$F(x)\in\int f_2(x)dx=\int\frac{x^2}{x^2+4}dx=\int\left(1-\frac{4}{x^2+4}\right)dx=x-2arctg\frac{x}{2}+C$ $F(x)=x-2arctg\frac{x}{2}+c;\quad F(2)=-\frac{\pi}{2}\Rightarrow c=-2$ $F(x)=x-2arctg\frac{x}{2}-2$	3p 2p
c)	$F_4(x)\in\int\frac{x^4}{x^2+4}dx\Rightarrow F_4'(x)=f_4(x)\geq 0,\forall x\in\mathbf{R}\Rightarrow F_4$ este injectivă $f_4(x)=x^2-4+\frac{16}{x^2+4}\Rightarrow F_4(x)=\frac{x^3}{3}-4x+8arctg\frac{x}{2}+c;$ Cum $\lim\limits_{x\to-\infty}F_4(x)=-\infty,\lim\limits_{x\to\infty}F_4(x)=\infty$ și F_4 este continua, rezultă că F_4 este surjectivă.	3p 2p