Examenul naţional de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model decembrie2023

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\sqrt{13-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2}=$	**3p**
	$=\left\|2\sqrt{3}-1\right\|=2\sqrt{3}-1$	**2p**
2.	Abscisa vârfului este $x_v=\frac{-a}{2}=0$, deci $a=0$	**2p**
	Ordonata vârfului este $y_v=-\frac{a^2-4b}{4}=1$, deci $b=1$	**3p**
3.	$4^x-2=2^x$	**2p**
	$2^x=-1$ nu are soluţii reale, din $2^x=2$ avem $x=1$ care convine	**3p**
4.	$C_4^0-2C_4^1+4C_4^2-8C_4^3+16C_4^4=(1-2)^4=$	**3p**
	$=1$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$, M este mijlocul laturii BC	**3p**
	$\overrightarrow{AM}=4\vec{i}-3\vec{j}$, $AM=\sqrt{4^2+3^2}=5$	**2p**
6.	$\frac{\sin x+\cos x}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}=\frac{\sin x+\cos x}{\sin\frac{\pi}{4}\cos x+\cos\frac{\pi}{4}\sin x}=$	**3p**
	$=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$m+10\in\mathbb{N}$	**2p**
	Cel mai mic $m\in\mathbb{Z}$ care verifică condiţia este $m=-9$	**3p**
b)	$\det\left(A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\right)=\det\left(A(1)\right)\cdot\det\left(A(2)\right)\cdot\det\left(A(3)\right)$	**2p**
	Cum $\det\left(A(2)\right)=\begin{vmatrix}2&1&1\\3&2&1\\1&-1&2\end{vmatrix}=0$, se obţine că $\det\left(A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\right)=0$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

c)	$\det\left(A(2)\right)=0$, $\begin{vmatrix}2&1\\3&2\end{vmatrix}=1$, $\begin{vmatrix}2&1&8\\3&2&11\\1&-1&7\end{vmatrix}=0$, deci sistemul este compatibil simplu nedeterminat $(x_0,y_0,z_0)=(5-\alpha,\alpha-2,\alpha)$, $\alpha\in\mathbb{Z}$ este soluția sistemului, $y_0=\sqrt{x_0z_0}$, $\alpha=4$ care convine, $\alpha=\frac{1}{2}$ nu convine, $(x_0,y_0,z_0)=(1,2,4)$	**2p** **3p**
2.a)	$x\circ y=x+y-ixy=-ix(y+i)+(y+i)-i=$ $=\left(-ix-i^2\right)(y+i)-i=-i(x+i)(y+i)-i$, pentru orice numere complexe x,y	**2p** **3p**
b)	$x\circ e=e\circ x=x$, pentru orice $x\in\mathbb{C}$, $x\circ e=-i(x+i)(e+i)-i=-i(e+i)(x+i)-i=e\circ x$ $-i(x+i)(e+i)-i=x\Leftrightarrow e=0$ este elementul neutru	**2p** **3p**
c)	$x\circ(-i)=(-i)\circ x=-i$, pentru orice $x\in\mathbb{C}$ $i^3=-i$, deci $i\circ i^2\circ i^3\circ\cdots\circ i^{2024}=-i=a+bi$ și $a=0,b=-1$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=1+\frac{\left(x^3+1\right)'}{3\sqrt[3]{\left(x^3+1\right)^2}}=1+\frac{x^2}{\sqrt[3]{\left(x^3+1\right)^2}}, x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ Cum $f'(0)=1$, panta tangentei la graficul funcției f este egală cu panta dreptei $y=x-1$, deci dreptele sunt paralele.	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\sqrt[3]{1+\frac{1}{x^3}}\right)}{x}=2$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{\left(x^3+1\right)^2}+x\sqrt[3]{x^3+1}+x^2}=0$, $y=2x$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$.	**2p** **3p**
c)	$f'(x)>0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, funcția este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, deci injectivă $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, f continuă pe $\mathbb{R}$, $\text{Im}(f)=\mathbb{R}$, deci f surjectivă $\Rightarrow f$ bijectivă	**3p** **2p**
2.a)	$\int f\left(\sqrt{x-1}\right)dx=\int x^{-2024}dx=$ $=-\frac{1}{2023x^{2023}}+c, c\in\mathbb{R}$.	**2p** **3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

b)	$\left(-506\ln^2\left(x^2+1\right)+c\right)'=\dfrac{-506\cdot 2\ln\left(x^2+1\right)\cdot 2x}{x^2+1}=\dfrac{-2024x\ln\left(x^2+1\right)}{x^2+1}=$	**3p**
	$=\dfrac{x\ln\left[\left(x^2+1\right)^{-2024}\right]}{x^2+1}=\dfrac{x\ln f(x)}{x^2+1}$	**2p**
c)	$F''(x)=f'(x)=-\dfrac{4048x}{\left(x^2+1\right)^{2025}}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F''(x)\geq 0$ pentru orice $x\in(-\infty,0]$, F este convexă, $F''(x)\leq 0$ pentru orice $x\in[0,+\infty)$, F este concavă, $x=0$ este punctul de inflexiune.	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro