**Examenul naţional de bacalaureat 2024**

**Proba E. c)**

**Matematică *M_tehnologic***

***Model decembrie 2023***

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 puncte)**

**5p** **1)** Calculați $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\sqrt[3]{-8}+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$.

**5p** **2)** Arătați că $\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$ este număr natural, știind că $x_1, x_2$ sunt rădăcinile ecuației $x^2-4x+1=0$.

**5p** **3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\lg(x-1)}{\lg 2}=1$.

**5p** **4)** Determinați numărul de submulțimi cu număr par de elemente ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.

**5p** **5)** Determinați numărul real $m$ pentru care dreptele $d_1: y=\left(m^2-3\right)x+2$ și $d_2: y=x$ sunt paralele.

**5p** **6)** Calculați lungimea înălțimii din $A$ a triunghiului $ABC$ cu $AB=8$, $AC=6$ și $BC=10$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 puncte)**

**1)** Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x-2024\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde $x$ este un număr real.

**5p** **a)** Calculați $\det(A(0))$.

**5p** **b)** Arătați că $A(x)A(x)-2A(x)+A(2024)=O_2$, pentru orice $x$ număr real.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $m$ și $n$ știind că $A(m)A(n)=A(-2022)$.

**2)** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=\frac{1}{2}(xy-x-y+3)$.

**5p** **a)** Calculați $(1\circ 2024)\circ(-2024)$.

**5p** **b)** Arătați că $e=3$ este elementul neutru.

**5p** **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+2}\circ 3=4$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 puncte)**

**1)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^{2x}-2ex$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=2e^{2x}-2e, x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul $A(0,1)$.

**5p** **c)** Demonstrați că $e^x\geq\sqrt{2ex}$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

**2)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

**5p** **a)** Calculați $\int\left(x^2+1\right)f(x)dx, x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Arătați că orice primitivă a funcției $f$ are un singur punct de extrem.

**5p** **c)** Determinați funcția $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=xf(x)$, cu proprietatea $G(1)=-\frac{\pi}{4}$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro