Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info* **Simulare**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați suma primilor patru termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\in N^*}$ cu rația 2, știind că $a_3 + a_4 = 8$.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 + 3mx - m - 2 = 0$, cu rădăcinile x_1, x_2, unde m este număr real. Determinați valoarea reală a lui m știind că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2x + \sqrt{16 + x^2} = 11$.

5p **4.** Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4 și 5 ?

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(5,-7)$ și $C(-1,-5)$. Determinați ecuația liniei mijlocii în triunghiul ABC, care este paralelă cu latura *BC*.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC* cu măsura unghiului C de $150°$ și latura AB = 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ m & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - y + z = m \\ mx + y - 2z = 2m \end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2)) = 1$.

5p **b)** Pentru $m = 2$, rezolvați sistemul de ecuații.

5p **c)** Pentru $m = 3$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului de ecuații, astfel încât $x_0 + y_0 z_0 = 4$ și x_0, y_0, z_0 sunt numere întregi.

2. Pe mulțimea $\boldsymbol{R}$ se definește legea de compoziție asociativă „$*$”, $x * y = 2(x-3)(y-3) + 3$, pentru orice $x, y \in \boldsymbol{R}$.

5p **a)** Demonstrați că $x * y * z = 4(x-3)(y-3)(z-3) + 3$, pentru orice $x, y, z \in \boldsymbol{R}$.

5p **b)** Arătați că $e = \frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$” .

5p **c)** Determinați numerele reale *x* astfel încât $\underbrace{x * x * \ldots * x}_{de\ 2023\ ori\ x} = 3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty) \to \boldsymbol{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 0$.

5p **b)** Demonstrați că funcția are o singură asimptotă.

5p **c)** Demonstrați că $1 + x \ln x \geq x$, pentru orice număr real x strict pozitiv.

2. Se consideră funcțiile $f:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}, f(x)=e^x(\sin x+\cos x)$ și $g:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R},\ g(x)=e^x\sin x$.

5p **a)** Verificați dacă funcția g este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Determinați primitiva funcției g a cărei reprezentare grafică conține punctul O(0,0).

5p **c)** Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.