Examenul Național de bacalaureat 2023

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare Vrancea

Filiera teoretică,profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I -Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

(5p) 1. Câte elemente are mulțimea $(log_2 5, log_2 9) \cap \mathbb{Z}$?

(5p) 2. Știind că dreapta x=1 este axă de simetrie a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2\cdot b\cdot x+3\cdot c$ și că punctul A(1,2) apartine graficului, determinați numerele reale b și c.

(5p) 3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația : $\sqrt[3]{x+1}=x+1$.

(5p) 4. Determinați numărul funcțiilor $f:\{-2,-1,0,1,2\}\to\{1,2,3\}$ pentru care f(2)=f(-2).

(5p) 5. Fie dreptele d_1 și d_2 de ecuații $x-3y+1=0$ și respectiv $3x+y+2=0$, a un număr real și punctul $P(0,a)$. Determinați valorile lui a , știind că punctul P este egal depărtat de dreptele d_1 și d_2.

(5p) 6. Arătați că $sin\, x+\sqrt{3}\, cos\, x\leq 2$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL II -Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1\\ 1 & m & 1\\ 1 & 1 & m\end{pmatrix}, m\in\mathbb{R}$ și $B=\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}$.

(5p) a) Rezolvați ecuația $det(A(m))=0, m\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Arătați că $A^{-1}(-1)=\frac{1}{2}A(0)$.

(5p) c) Determinați $X\in M_{3,1}(\mathbb{R})$ astfel încât $A(-1)\cdot X=B$.

2. Pe mulțimea numerelor raționale $\mathbb{Q}$ se definește legea de compoziție $x*y=\frac{1}{5}xy+3x+3y+30$.

(5p) a) Aflați numărul rațional a pentru care $x*a=a, \forall x\in\mathbb{Q}$.

(5p) b) Dați exemplu de două numere raționale x și y care nu sunt numere întregi și pentru care $x*y$ este număr întreg.

(5p) c) Arătați că funcția $f:\mathbb{Q}\to\mathbb{Q}, f(x)=5x-15$ are proprietatea $f(x\cdot y)=f(x)*f(y), \forall x,y\in\mathbb{Q}$.

SUBIECTUL III-Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1.Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\frac{\ln x}{x-1}, x\in(0,\infty)\backslash\{1\}\\ 1, x=1\end{cases}$.

(5p) a) Arătați că f este continuă în punctul $x_0=1$.

(5p) b) Stabiliți dacă f este derivabilă în punctul $x_0=1$.

(5p) c) Arătați că f este descrescătoare.

2. Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\int_0^1 \frac{t^x}{t+1}dt$

(5p) a) Calculați $f(1)$.

(5p) b) Arătați că $f(x+1)+f(x)=\frac{1}{x+1}$.

(5p) c) Arătați că $f(x)\geq\frac{1}{2(x+1)}, \forall x\in(1,\infty)$