Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin înpărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$x-1, 2x+1, 5x-7$ în progresie aritmetică $\Leftrightarrow 2x+1=\frac{x-1+5x-7}{2}$ $4x+2=6x-8 \Leftrightarrow x=5$	**3p** **2p**
2.	$G_f \cap Ox$ în două puncte distincte $\Leftrightarrow \Delta > 0$ $m^2-4>0 \Leftrightarrow m \in (-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$	**2p** **3p**
3.	Condiții de existență și $log_3 \frac{x}{2x+3}=-1$ $\frac{x}{2x+3}=3^{-1} \Leftrightarrow x=3$ care convine.	**3p** **2p**
4.	Numărul tuturor submulțimilor, adică numărul cazurilor posibile este: $c_p=2^6=64$, Numărul cazurilor favorabile este: $c_f=C_6^0+C_6^1+C_6^2=22$ $P=\frac{c_f}{c_p}=\frac{11}{32}$	**3p** **2p**
5.	Dacă M mijlocul lui BC atunci M(1,4) $m_{AM}=\frac{y_M-y_A}{x_M-x_A}=1 \Rightarrow d: y-y_A=m_{AM}(x-x_A) \Leftrightarrow y=x+3$	**2p** **3p**
6.	Din teorema sinusului $\frac{AC}{\sin B}=2R$ deci $R=\frac{\sqrt{2}}{2sin\frac{3\pi}{4}}$ $\sin\frac{3\pi}{4}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ de unde R=1	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	Det(A(1))=$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ Det(A(1))= -4+0+0+6-0-0=2	**2p** **3p**
b)	Rang A(x)=3 dacă și numai dacă Det(A(x))≠ 0. $DetA(x)=1+x$ $1+x \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}-\{-1\}$	**3p** **2p**
c)	Se arată că A(x)A(a)=A(a)A(x)=A(x+a+xa) și cerința devine echivalentă cu (x+1)(a+1) = -3, $x, a \in \mathbb{Z}$ x+1=-1 și a+1=3 sau x+1=1și a+1=-3 sau x+1=3 și a+1=-1 sau x+1=-3și a+1=1 de unde $(x,a) \in \{(2,-2),(-2,2),(0,-4),(-4,0)\}$	**3p** **2p**

2.a)	$\frac{1}{2}*\frac{1}{3}=\frac{4\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+4}$ $=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$	**3p** **2p**
b)	$f(x*y)=\frac{2+\frac{4(x+y)}{xy+4}}{2-\frac{4(x+y)}{xy+4}}=\frac{2xy+4x+4y+8}{2xy-4x-4y+8}=$ $=\frac{xy+2x+2y+4}{xy-2x-2y+4}=\frac{2+x}{2-x}\cdot\frac{2+y}{2-y}=f(x)\cdot f(y), unde\ x,y\in G$	**3p** **2p**
c)	f injectivă, egalitatea este echivalentă cu $f\left(1*\frac{1}{2}*\ldots*\frac{1}{30}\right)=f(\frac{60}{31})$ $f\left(1*\frac{1}{2}*\ldots*\frac{1}{30}\right)=f(1)\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\ldots\cdot f\left(\frac{1}{30}\right)=\frac{3}{1}\cdot\frac{5}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{61}{59}=61$ *și* $f\left(\frac{60}{31}\right)=61$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}e^{\frac{1}{x-2}}-\frac{1}{(x+1)\cdot(x-2)}e^{\frac{1}{x-2}}=$ $=\frac{2x-7}{(x-2)\cdot(x+1)^2}\ e^{\frac{1}{x-2}}$.	**3p** **2p**
b)	Cum $f(0)=-\frac{2}{\sqrt{e}}$, graficul funcției intersectează axa Oy în punctul $A(0,-\frac{2}{\sqrt{e}})$ $f'(0)=\frac{7}{2\sqrt{e}}$, ecuația tangentei este $7x-2\sqrt{e}y-4=0$.	**2p** **3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$; pentru orice $x\in(2,\frac{7}{2})$, $f'(x)<0\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(2,\frac{7}{2})$; pentru orice $x\in(\frac{7}{2},+\infty), f'(x)>0\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(\frac{7}{2},+\infty)$;	**3p**
	$\lim_{x\searrow 2}f(x)=+\infty, f(\frac{7}{2})=\frac{\sqrt[3]{e^2}}{3}, \lim_{x\to\infty}f(x)=1$ și, cum f este continuă, obținem că ecuația $f(x)=m$ are exact două soluții pe intervalul $(2,+\infty)$ pentru orice $m\in\left(\frac{\sqrt[3]{e^2}}{3},1\right)$.	**2p**
2.a)	$\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\int_1^2\frac{1-x^2}{x}dx=\int_1^2(\frac{1}{x}-x)dx=\int_1^2\frac{1}{x}dx-\int_1^2 x\,dx=lnx/_1^2-\frac{x^2}{2}/_1^2$ I=$ln2-ln1-\frac{4}{2}+\frac{1}{2}=ln2-\frac{3}{2}$	**3p** **2p**
b)	Fie F o primitivă a lui f. F este derivabilă și $F'(x)=f(x)$ $F"(x)=f'(x)=-2x<0, \forall x\in(0,+\infty)$. Deci F este concavă pe intervalul indicat $(0,+\infty)$	**2p** **3p**
c)	$I_{n+1}=\int_0^1(1-x^2)^{n+1}dx=\int_0^1 x'(1-x^2)^{n+1}dx=x(1-x^2)^{n+1}/_0^1-2(n+1)\int_0^1-x^2(1-x^2)^n dx$ $=-2(n+1)\int_0^1(1-x^2-1)(1-x^2)^n dx=-2(n+1)\int_0^1(1-x^2-1)(1-x^2)^n dx$ $=-2(n+1)(I_{n+1}-I_n)$ $I_{n+1}=-2(n+1)I_{n+1}+2(n+1)I_n\ de\ unde\ (2n+3)I_{n+1}=2(n+1)I_n$	**3p** **2p**