Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1**.Determinați numărul real x astfel încât numerele $x-1, 2x+1, 5x-7$ să fie în progresie aritmetică.

5p **2.** Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + mx + 1$, intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $log_3 x - log_3(2x+3) + 1 = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea, ca alegând o submulțime din mulțimea submulțimilor mulțimii $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ aceasta să aibă cel mult două elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2), B(1,0)$ $şi$ $C(1,8)$. Scrieți ecuația medianei din A a triunghiului ABC.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, stiind că $B = \frac{3\pi}{4}$ și $AC = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & 0 & 6x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1-2x \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Calculați $\det A(1)$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care rang $A(x) = 3$.

5p **c)** Determinați perechile de numere întregi (x,a) pentru care $A(x) \cdot A(a) = A(a) \cdot A(x) = A(-4)$.

2. Pe mulțimea $G = (-2,2)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{4(x+y)}{xy+4}$.

5p **a)** Arătați că $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$.

5p **b)** Se consideră funcția injectivă $f: G \to (0,\infty)$, $f(x) = \frac{2+x}{2-x}$. Demonstrați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, pentru orice $x, y \in G$.

5p **c)** Arătați $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{30} = \frac{60}{31}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1,2\} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-2}{x+1} \cdot e^{\frac{1}{x-2}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{2x-7}{(x+1)^2 \cdot (x-2)} \cdot e^{\frac{1}{x-2}}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,2\}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției f intersectează axa Oy.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care ecuația $f(x) = m$ are două soluții reale distincte pentru $x \in (2, +\infty)$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 1 - x^2$

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = ln2 - \frac{3}{2}$

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției date este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.

5p **c)** Pentru orice n număr natural se definește șirul $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n \, dx$. Demonstrați că $(2n+3)I_{n+1} = 2(n+1)I_n$, pentru orice număr natural n.