Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(1-\sqrt{3})^2+\sqrt{12}=1-2\sqrt{3}+3+\sqrt{12}=$	**2p**
	$=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=4$	**3p**
2.	$f(a)=a^2-5a+4;\quad f(a)=4\Leftrightarrow$	**2p**
	$a^2-5a=0$ de unde obținem $a=5$ care convine, $a=0$ care nu convine.	**3p**
3.	$2^{2x+5}=2^3\Leftrightarrow 2x+5=3$	**3p**
	$x=-1$	**2p**
4.	Număr cazuri favorabile = 9. Număr cazuri posibile = 90.	**2p**
	$P=\dfrac{nr.\ cazuri\ \ favorabile}{nr.\ cazuri\ \ posibile}=\dfrac{9}{90}=\dfrac{1}{10}$	**3p**
5.	$M(2,0)$ este mijlocul segmentului AB	**2p**
	Ecuația medianei din vârful C este $y=0$	**3p**
6.	$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\qquad \cos 120^\circ=-\dfrac{1}{2}$	**3p**
	$\cos^2 30^\circ+\cos^2 120^\circ=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}3 & -2\\ -2 & 3\end{vmatrix}=3\cdot 3-(-2)\cdot(-2)=$	**3p**
	$=9-4=5$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}13 & -12\\ -12 & 13\end{pmatrix},\ 4I_2=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix},\ B(3)=\begin{pmatrix}3 & -4\\ -4 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-4I_2=\begin{pmatrix}13 & -12\\ -12 & 13\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & -12\\ -12 & 9\end{pmatrix}=3B(3)$	**2p**
c)	$\det\left(A\cdot B(x)\right)=\det A\cdot\det B(x)\quad,\quad \det A=5\ ,\ \det B(x)=3x-16$	**3p**
	$\det\left(A\cdot B(x)\right)<10\Leftrightarrow 5(3x-16)<10$	
	$x\in(-\infty,6)\cap N\Rightarrow x\in\{0,1,2,3,4,5\}$	**2p**

2.a)	$(-1)\circ 2=(-1)\cdot 2-(-1)-2=$	**3p**
	$=-2+1-2=-3$	**2p**
b)	$x\circ y=xy-x-y+1-1=$	**2p**
	$=-x(1-y)+(1-y)-1=(1-x)(1-y)-1$, pentru orice numere reale x, y .	**3p**
c)	$m\circ n=1\Leftrightarrow(1-m)\cdot(1-n)-1=1$	**2p**
	$(1-m)\cdot(1-n)=2$ și cum m și n numere întregi $(m,n)\in\{(0,-1),(-1,0),(2,3),(3,2)\}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{3x^2}{3}-\frac{1}{x}=x^2-\frac{1}{x}=$	**3p**
	$=\frac{x^3-1}{x}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x}$, $x\in(0,\infty)$	**2p**
b)	$f(1)=\frac{1}{3}$, $f'(1)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei $y-f(1)=f'(1)\cdot(x-1)$, adică $y=\frac{1}{3}$	**3p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(0,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0,1]$ și $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,\infty)$. Obținem $f(x)\ge f(1)$, $x\in(0,\infty)$	**3p**
	$\Rightarrow f(x)\ge\frac{1}{3}$ pentru orice $x\in(0,\infty)$	
	$f\left(\frac{1}{2024}\right)\ge\frac{1}{3}$ și $f(2024)\ge\frac{1}{3}$, deci $f\left(\frac{1}{2024}\right)+f(2024)\ge\frac{2}{3}$.	**2p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}\frac{f(x)}{e^x}dx=\int_{-1}^{1}\frac{(2-x)\cdot e^x}{e^x}dx=\int_{-1}^{1}(2-x)dx=\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\Big\vert_{-1}^{1}$	**3p**
	$=\left(2-\frac{1}{2}\right)-\left(-2-\frac{1}{2}\right)=4$	**2p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(2-x)\cdot e^x dx=(2-x)\cdot e^x\vert_0^1-\int_0^1(-e^x)dx=$	**3p**
	$\left[(2-x)\cdot e^x+e^x\right]\Big\vert_0^1=e^x\cdot(3-x)\Big\vert_0^1$	
	$=2e-3$	**2p**
c)	Dacă F este o primitivă a funcției f, $x\in R\Rightarrow F'(x)=f(x)$, $x\in R$	**2p**
	$F''(x)=f'(x)=(1-x)\cdot e^x\le 0$ pentru orice $x\in[1,\infty)\Rightarrow$F este concavă pe intervalul $[1,\infty)$.	**3p**