Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $(1-\sqrt{3})^2+\sqrt{12}=4$.

5p **2.** Determinați numărul real nenul a pentru care punctul $A(a,4)$ aparține graficului funcției $f:R\to R,\ f(x)=x^2-5x+4$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+5}=8$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu 0.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3), B(2,-3)$ și $C(6,0)$. Scrieți ecuația medianei din punctul C.

5p **6.** Arătați că $\cos^2 30^0+\cos^2 120^0=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -4\\ -4 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=5$.

5p **b)** Demonstrați că $A\cdot A-4I_2=3\cdot B(3)$.

5p **c)** Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $\det(A\cdot B(x))<10$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-x-y$.

5p **a)** Arătați că $(-1)\circ 2=-3$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=(1-x)\cdot(1-y)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numerele întregi pentru care $m\circ n=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to R,\ f(x)=\frac{x^3}{3}-\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x}$, $x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției.

5p **c)** Demonstrați $f\left(\frac{1}{2024}\right)+f(2024)\geq\frac{2}{3}$.

2. Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=(2-x)\cdot e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\frac{f(x)}{e^x}dx=4$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{1}f(x)dx=2e-3$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este concavă pe intervalul $[1,\infty)$.