Simulare, Bacalaureat, ianuarie 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{7}\left(1+2\sqrt{7}\right)-\sqrt{7}=14$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+5$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=mx+1$. Determinaţi numărul real m pentru care $f(2)=g(2)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{7x-12}=x$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-1)$, $B(3,5)$. Determinaţi distanța de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu $BC=6$ și $AB=3$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ -5 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Demonstrați că $A\cdot A-2A-5I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(A-xI_2\right)=10$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+\frac{xy}{3}$.

5p **a)** Arătați că $2\circ(-3)=-3$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ(x-3)\geq -3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-3)e^x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=(x-2)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f'(x)}{e^x-e^2}$.

5p **c)** Arătați că $(3-x)e^{x-2}\leq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2e^x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x(x+2)e^x$.

5p **a)** Calculați $\int\dfrac{g(x)}{f(x)}dx$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g.

5p **c)** Determinați primitiva $H:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $h(x)=g(x)-f(x)$, știind că $H(1)=3$.