**Simulare, Bacalaureat, mai 2024**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***
***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Arătați că media aritmetică a numerelor $a=2,4$ și $b=4-\frac{2}{5}$ este egală cu 3.

**5p** **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+5x+2$. Determinați numărul real $a$ pentru care $f(a)=a$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{1-2x}=32$.

**5p** **4.** În urma unei ieftiniri cu $20\%$, prețul unui produs a scăzut cu 27 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,4)$ și $C(0,-4)$. Știind că punctul $D$ este mijlocul segmentului $AB$, arătați că $BC=2\cdot OD$.

**5p** **6.** Se consideră triunghiul $ABC$ dreptunghic în $A$, cu $AB=9$ și $AC=12$. Determinați lungimea înălțimii din $A$ a triunghiului $ABC$.

**SUBIECTUL al II-lea** **( 30 de puncte)**

**5p** **1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}a & a\\ 3 & 6\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

**a)** Arătați că $\det A=-5$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $a$ pentru care $B(1)\cdot B(-1)+3A=4B(a)$.

**5p** **c)** Determinați matricea $X\in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X\cdot(A-2I_2)=B(0)$.

**2.** Se consideră polinomul $f=mX^3+2X^2-mX-2$, unde $m$ este număr real nenul.

**5p** **a)** Arătați că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul $m$.

**5p** **b)** Pentru $m=3$, determinați rădăcinile polinomului $f$.

**5p** **c)** Determinați numărul real nenul $m$ pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

**SUBIECTUL al III-lea** **( 30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{x^2}+\ln x-2$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.

**5p** **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției *f*.

**5p** **c)** Arătați că $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2f(x)}{x^3-1}=-1$.

**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)dx=-\frac{2}{3}$.

**5p** **b)** Arătați că $\int_1^e (f(x)+1)\ln x dx = \frac{2e^3+1}{9}$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$, $a \in (0,+\infty)$, pentru care $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left( f(\sin x) + f(\cos x) \right) \text{tg}\, x dx = \ln a$.