Simulare, Bacalaureat, decembrie 2024
Proba E. c) Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+\sqrt{24}-\log_2 8 = 2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(x)=2x-3$. Determinaţi $a\in\mathbf{R}$ știind că $f(1)=2a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}-5=0$.

5p **4.** După o reducere cu 10%, un obiect costă 99 lei. Calculați prețul obiectului înainte de reducere.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(2,1)$ şi C simetricul lui B faţă de $O(0,0)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Arătați că $\sin 30^\circ+\cos 120^\circ=\cos 90^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & -5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$, $B(a)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & a\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det B(1)=3$.

5p **b)** Aflați $a\in\mathbf{R}$ astfel încât $\mathrm{B(a)}\cdot\mathrm{B(a)}=8I_2-A$.

5p **c)** Arătați că $\det(\mathrm{A}\cdot\mathrm{B(a)}-\mathrm{B(a)}\cdot\mathrm{A})\le 0$, oricare $a\in\mathbf{R}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-3x-3y+12$, pentru orice $x,y\in\mathbf{R}$.

5p **a)** Arătați că $1*(-2)=13$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție " $*$ ".

5p **c)** Determinați numerele naturale $\boldsymbol{n}$, pentru care $(n+2)*(n-1)\le 3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(\mathrm{x})=2x^3-9x^2+12x+1$

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x-2)$, $x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$

5p **c)** Arătați că $5\le f(x)\le 6$, oricare ar fi $x\in[1,2]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(\mathrm{x})=e^x+x^2+3$.

5p **a)** Calculați $\int\frac{f(x)-e^x}{x}\,dx$, $x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Determinați o primitivă $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ a funcției f, care verifică relația $F(0)=2$.

5p **c)** Arătați că orice primitivă a funcției $\boldsymbol{f}$ este convexă pe $(0,+\infty)$.