Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, aprilie 2024
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de tr**ei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Calculați prima zecimală a numărului $\sqrt{E}$, unde $E=\dfrac{\log_2 8+4^{\log_4 9}}{\log_3\left(\log_2 512\right)}$.

5p **2.** Să se determine numărul termenilor raționali din dezvoltarea: $\left(\sqrt{2}+\sqrt[3]{6}\right)^{100}$

5p **3.** Să se determine suma rădăcinilor ecuației: $x-\sqrt[3]{x-1}=1$.

5p **4.** Fie mulțimea $A=\{1,2,3,4,5\}$. Determinați numărul de submultimi ale lui A care conțin cel puțin un număr par.

5p **5.** În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2;0)$, $B\left(1;\sqrt{3}\right)$ și $C\left(1;-\sqrt{3}\right)$. Arătați că în triunghiul ABC, înălțimea și A și mediana din B se intersectează în $O(0;0)$.

5p **6.** Stiind că $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $\sin a+\cos a=1$, arătați că $\left|tg\left(a+\dfrac{\pi}{4}\right)\right|=1$

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

5p **a)** Arătați că $rang\left(A^2-A\right)=0$
5p **b)** Rezolvați în $M_2(\mathbb{R})$ ecuația $X\cdot A=A\cdot X$.
5p **c)** Arătați că dacă $X\in M_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X^{2024}=A$, atunci $X=A$ sau $X=-A$.

2. Se consideră inelul claselor de resturi $\left(\mathbb{Z}_n,+,\cdot\right)$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p **a)** Pentru $n=6$, calculați suma soluțiilor ecuației $\hat{x}^3=\hat{x}$ în $\mathbb{Z}_6$.

5p **b)** Pentru $n=8$, arătați că dacă $\hat{x}\in\mathbb{Z}_8$ astfel încât $\hat{x}^7=\hat{1}$, atunci $\hat{x}=\hat{1}$.

5p **c)** Pentru $n=10$, arătați că ecuația $\hat{x}^9=\hat{x}+\hat{1}$ nu are soluții în $\mathbb{Z}_{10}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-\infty,-2)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty,-2)$.

5p **b)** Determinați asimptotele graficului funcției *f*.

5p **c)** Arătați că $f(x)<e^x-1,\ \forall x\in(-\infty,-2)$.

2. Fie șirul $\left(I_n\right)_{n\geq 0}$,definit prin $I_n=\int_0^1 \frac{x^n}{x^2+x+1}dx$.

5p **a)** Calculați I_0.

5p **b)** Arătați că șirul $\left(I_n\right)_{n\geq 0}$ este monoton și mărginit.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$.