EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025

Proba E.c)

Matematică *M_tehnologic*

Decembrie 2024

SIMULARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se calculeze $\sqrt{\frac{4}{9}} : 0,(6) + \log_2\left(\frac{1}{2}\right)$.

5p **2.** Se dau funcțiile $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$ și $g(x) = x^2$. Să se calculeze suma absciselor punctelor de intersecție ale graficelor celor două funcții.

5p **3.** Să se rezolve ecuația: $\log_5(9 - x^2) = 1$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Câte numere de 3 cifre distincte formate cu elementele lui A sunt divizibile cu 5?

5p **5.** În sistemul cartezian *xOy* se consideră punctele A(3; 2) și B(1; -1). Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de B.

5p **6.** În triunghiul ABC dreptunghic în A, se cunosc $\sin B = \frac{3}{5}$ și ipotenuza $BC = 25$. Determinați aria triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se dă matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se verifice dacă $\det A(2) = 3$;

5p **b)** Să se determine $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică relația $2X + A(2) = 3A(1)$;

5p **c)** Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $A^2(x)$ are toate elementele egale între ele.

2. Pe mulțimea $(0, +\infty)$ se consideră legea de compoziție $x \circ y = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

5p **a)** Să se verifice dacă $2 \circ (-2) = 0$;

5p **b)** Să se rezolve ecuația $x \circ 2 = \frac{9}{2}$;

5p **c)** Să se demonstreze că $x \circ \frac{1}{x} \geq 4$, $(\forall) x \in (0, +\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^{-x} + x$.

5p **a)** Să se demonstreze că $f(x) + f'(x) = x + 1$, $(\forall) x \in \mathbb{R}$;

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f;

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x) \geq 1$, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g: (1, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}$ și $g(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g.

5p **b)** Calculați $\int_1^2 \left(\frac{f(x)}{x} + g(x)\right) dx$.

5p **c)** Determinați numărul $a \in (1, \infty)$ știind că $\int_1^a g(x)\, dx = \frac{\ln a}{2}$.