Examenul naţional de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model ianuarie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1)** Calculați $\log_3\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}\right)-\log_3\frac{1}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{16}}$.

5p **2)** Se consideră funcția strict crescătoare $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b,\ a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0$. Determinați numerele reale a și b știind că funcția f îndeplinește condiția: $f(x)-f^{-1}(x)=\frac{8}{9}\left[f(x)+1\right]$ pentru orice x real, unde f^{-1} este inversa funcției f.

5p **3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 x\right)<1$.

5p **4)** Determinați probabilitatea ca alegând un număr format din 2 cifre, acesta să fie divizor al lui 2024.

5p **5)** În sistemul ortogonal de axe xOy se consideră vectorii $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{b}=(m+2)\vec{i}-m\vec{j}$, $\vec{c}=2\vec{i}-3\vec{j}$. Determinați numărul real m pentru care unghiul format de vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ este egal cu unghiul format de vectorii $\vec{b}$ și $\vec{c}$.

5p **6)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x\cos 2x=\sin^2 x-2$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1) Se consideră permutările $\alpha=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}, \beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\end{pmatrix}, \alpha,\beta\in S_4$.

5p **a)** Calculați α^{2024}.

5p **b)** Rezolvați în S_4 ecuația $\alpha\cdot x=\beta^{-1}$.

5p **c)** Rezolvați în S_4 ecuația $x^2=\beta$.

2) Pe mulțimea $\mathbb{Z}_6$ se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=(x+4)(y+4)+2$.

5p **a)** Demonstrați că $\hat{3}$ este element neutru al legii de compoziție.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Z}_6$ ecuația $x\circ x\circ x=x$.

5p **c)** Demonstrați că funcția $f:\mathbb{Z}_6\to\mathbb{Z}_6, f(x)=x\circ\hat{1}$ este bijectivă.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}, f(x)=2^{\frac{1}{x}}$.

5p **a)** Determinați imaginea funcției f.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

5p **b)** Demonstrați că pentru orice $x \in (0,\infty)$ funcția f este convexă.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)-1}{f'(x)}$.

2) Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x\left(x^3+1\right)}$.

5p **a)** Determinați $\int \left(x^2-x+1\right) f(x)\,dx$.

5p **b)** Calculați $\int\limits_1^2 f(x)\,dx$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_1^2 x^{-n+1} f(x)\,dx$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro