Examenul naţional de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare județeană 14.05.2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1)** Arătați că $\dfrac{\lg 50}{3\lg\sqrt[3]{5}+1}=1$.

5p **2)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=mx^2-x+3$. Determinați valoarea numărului real nenul m știind că vârful parabolei asociată graficului funcției f se află pe dreapta de ecuație $x+2y-6=0$.

5p **3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-6\sqrt{x+1}+10}=1$.

5p **4)** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr de două cifre acesta să fie divizibil cu 6, dar să nu fie divizibil cu 4.

5p **5)** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1,-2)$. Determinați ecuația dreptei care conține simetricul punctului A față de origine și este perpendiculară pe dreapta OA.

5p **6)** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=\sqrt{3}, AC=\sqrt{2}, BC=3$. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1) Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x & 0\\ x & 1-x & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Calculați $\det(A(0))$.

5p **b)** Arătați că $A(x)A(y)=A\left(-2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x, y.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care inversa matricei $A(m)$ are elementele numere întregi.

2) Se consideră polinomul $f=\left(12X^2+X-1\right)^{2024}\in\mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Calculați $f(0)+f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

5p **b)** Demonstrați că polinomul f se divide cu $(4X-1)^{1012}$.

5p **c)** Determinați restul împărțirii polinomului f la $\left(4X^2-X\right)$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1) Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{x}\ln\frac{x-1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{\ln(x-1)-\ln x+1}{x^2}$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că ecuația $f(x)=m$ nu are soluții reale pentru niciun număr întreg m.

2) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Folosind eventual faptul că $x^2+x+1\geq 7$ pentru orice $x\in[2,\infty)$, arătați că $\int_2^9 f(x)dx\leq 1$

5p **b)** Demonstrați că dacă F este o primitivă a funcției f atunci $F(e)<F(3)$.

5p **c)** Arătați că $\int_0^1 xf(x)dx=\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{18}\pi\sqrt{3}$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro