**Examenul național de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică M_mate-info**
**Simulare județeană – 7 mai 2025**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$. Arătați că $z^2+\bar{z}-i=1$, unde $\bar{z}$ reprezintă conjugatul numărului $z$.

**5p** **2.** Fie $a\in\mathbb{R}$ și funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ și $g(x)=2x+a$. Determinați numărul real $a$ pentru care $f\circ g=g\circ f$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(9x)+\log_x 3=4$.

**5p** **4.** Determinați probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre produsul cifrelor acestuia să fie număr par.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctul $A(1,2)$ și dreapta $d$ de ecuație $x-y-3=0$. Determinați coordonatele punctului $B$, situat pe dreapta $d$, astfel încât $AB\perp d$.

**5p** **6.** Determinați raza cercului circumscris triunghiului $ABC$ știind că $AB=6$ și $\measuredangle C=\frac{2\pi}{3}$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 2 & x\\ x & 1 & 2\\ 2 & x & 1\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$ și $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $2A(1)-A(-1)=A(3)$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale x și y pentru care are loc egalitatea: $A(x)+y\cdot I_3=2\cdot(A(1)-I_3)\cdot(A(1)-I_3)$.

**5p** **c)** Arătați că rangul matricei $A(n)$ este egal cu 3, pentru orice număr natural $n$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-2x+ay-3a$, unde $a\in\mathbb{R}$.

**5p** **a)** Pentru $a=1$, arătați că $3*4=7$.

**5p** **b)** Demonstrați că, dacă $2*1=0$, atunci $1*2=1$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$ știind că legea de compoziție admite element neutru.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2-ln(x+1)}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$.

**5p** **b)** Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de intersecție al graficului cu axa $Oy$.

**5p** **c)** Demonstrați că $5^{\sqrt{6}}<6^{\sqrt{5}}$.

**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=1-x^3$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=2$.

**5p** **b)** Calculați aria suprafeței mărginită de graficul funcției $g$, axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x=1, x=e$, unde $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-1}{x^4}lnx$.

**5p** **c)** Arătați că $(3n+4)\int_0^1 f^{n+1}(x)\,dx=3(n+1)\int_0^1 f^n(x)\,dx$ pentru orice număr natural nenul $n$.