Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_şt-nat
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a = log_2 \sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = log_2 \sqrt{2} =$ $= \frac{1}{2} log_2 2 = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$	**3p** **2p**
2.	$f(-x) = (-x)^3 + (-x) + 7\,sin(-x) = -x^3 - x - 7\,sin\,x =$ $-(x^3 + x + 7\,sin\,x) = -f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci funcția f este impară	**2p** **3p**
3.	$3^{5x-1} \cdot 3^{-3+3x} = 81 \Leftrightarrow 3^{8x-4} = 3^4 \Leftrightarrow 8x - 4 = 4$ $x = 1$	**3p** **2p**
4.	Cifra unităților se poate alege în trei moduri 0, 2 sau 4. Cifra zecilor se poate alege în șase moduri, cifra sutelor se poate alege în cinci moduri, deci se pot forma $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$ de numere	**2p** **3p**
5.	$C \in Oy \Rightarrow x_C = 0$ $CA = CB \Leftrightarrow (2-0)^2 + (5-y_C)^2 = (4-0)^2 + (3-y_C)^2$, de unde $y_C = 1$	**2p** **3p**
6.	$sin^2 A = 1 - cos^2 A = \frac{16}{25}$ și, cum $\sin A > 0$, obținem $\sin A = \frac{4}{5}$ $\frac{BC}{\sin A} = 2R$, de unde $R = 5$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 4 \end{vmatrix} =$ $= 12 - 6 = 6$	**2p** **3p**
b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+2x & -x \\ -6x & 1+3x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+2y & -y \\ -6y & 1+3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2x+2y+10xy & -x-y-5xy \\ -6x-6y-30xy & 1+3x+3y+15xy \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+2(x+y+5xy) & -(x+y+5xy) \\ -6(x+y+5xy) & 1+3(x+y+5xy) \end{pmatrix} = A(x+y+5xy)$, pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**
c)	$A(n) \cdot A(n-2) = A(2) \Leftrightarrow A(5n^2 - 8n - 2) = A(2) \Leftrightarrow$ $5n^2 - 8n - 2 = 2 \Leftrightarrow 5n^2 - 8n - 4 = 0$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 2$	**3p** **2p**

2.a)	$f(0)=0^3-a\cdot 0^2+8\cdot 0+3=$ $=0-0+0+3=3$, pentru orice număr real a	**2p** **3p**
b)	$a=-6\Rightarrow f=X^3+6X^2+8X+3$. Se știe că dacă $r=0\Rightarrow f\vdots g$ Calcularea restului r prin algoritmul de împărțire a lui f la g	**2p** **3p**
c)	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=a^2-16$ Presupunem că f are toate rădăcinile reale, de unde rezultă $x_1^2+x_2^2+x_3^2\geq 0$. Din $a\in(-4,4)\Rightarrow a^2-16<0\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2<0$, contradicție, de unde rezultă că f nu are toate rădăcinile reale	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(x^2-x+1)'\cdot(x^2+1)-(x^2-x+1)\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$ $=\dfrac{(2x-1)(x^2+1)-(x^2-x+1)2x}{(x^2+1)^2}=$ $=\frac{x^2-1}{(x^2+1)^2}=\frac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(0)=1$, $f'(0)=-1$ Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=-x+1$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,-1]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,-1]$ $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in[-1,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-1,1]$ $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,+\infty)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$, $f(-1)=\frac{3}{2}$, $f(1)=\frac{1}{2}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$, deci $\frac{1}{2}\leq f(x)\leq\frac{3}{2}$ și $-\frac{3}{2}\leq -f(y)\leq -\frac{1}{2}$, de unde obținem $-1\leq f(x)-f(y)\leq 1$, adică $\lvert f(x)-f(y)\rvert\leq 1$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^3(x^4+1)\cdot f(x)dx=\int_0^3(x^3+x)dx=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}\right)\Big\rvert_0^3=$ $=\frac{81}{4}+\frac{9}{2}=\frac{99}{4}$	**3p** **2p**
b)	$F'(x)=\left(\frac{1}{4}\ln(x^4+1)+\frac{1}{2}arctg\,x^2\right)'=\frac{1}{4}\cdot\frac{(x^4+1)'}{x^4+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{(x^2)'}{(x^2)^2+1}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4x^3}{x^4+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{x^4+1}=$ $=\frac{x^3+x}{x^4+1}=\frac{x(x^2+1)}{x^4+1}=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci F este o primitivă a funcţiei f.	**3p** **2p**
c)	$\int_0^1 xf(x^2)dx=\frac{1}{2}\int_0^1 f(x^2)\cdot(x^2)'dx=\frac{1}{2}F(x^2)\Big\rvert_0^1=\frac{1}{2}F(1)-\frac{1}{2}F(0)$ $=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\ln 2+\frac{1}{2}arctg1\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\ln 1+\frac{1}{2}arctg0\right)=\frac{2\ln 2+\pi}{16}$	**3p** **2p**