Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_şt-nat
Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $a=\log_2\sqrt{2+\sqrt{2}}+\log_2\sqrt{2-\sqrt{2}}$ este rațional.

5p **2.** Arătați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x+7\sin x$ este impară.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{5x-1}\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^{1-x}=81$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare, de trei cifre, se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{0,1,2,3,4,5\}$.

5p **5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(4,3)$. Determinați coordonatele punctului C, situat pe axa Oy, astfel încât $CA=CB$.

5p **6.** Determinați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $BC=8$ și $\cos A=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1+2a & -a\\ -6a & 1+3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(1))$.

5p **b)** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+5xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $A(n)\cdot A(n-2)=A(2)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-aX^2+8X+3$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $f(0)=3$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a=-6$, arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $g=X^2+5X+3$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $a\in(-4,4)$, atunci f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că $|f(x)-f(y)|\le 1$, pentru orice numere reale x și y.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x(x^2+1)}{x^4+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^3(x^4+1)\cdot f(x)dx=\frac{99}{4}$.

5p **b)** Demonstraţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{4}\ln(x^4+1)+\frac{1}{2}arctg\,x^2$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\int_0^1 xf(x^2)dx$.