Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)=3^2-\sqrt{5}^2=9-5=4=$	**3p**
	$=1+3=\sqrt{5}^0+log_2 8$	**2p**
2.	$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-7x+10=0$ cu soluțiile x_1=2 și x_2=5.	**3p**
	Distanța dintre punctele A(2,0) și B(5,0) este AB=|5–2|=3.	**2p**
3.	Ecuația $2+\sqrt{x+3}=5$ conduce la $\sqrt{x+3}=3$, de unde $x+3=3^2$	**3p**
	$x=6$ care convine.	**2p**
4.	Ca să fie număr par, cifra unităților trebuie să fie 2 sau 4. Dacă 2 este ultima cifră, putem scrie 6 astfel de numere,	**3p**
	Dacă ultima cifră este 4, găsim încă 6 numere de forma cerută. În total, 12 numere.	**2p**
5.	Ecuația dreptei AB este $x+y=0$.	**3p**
	Punând condiția $C(4,a)\in AB$ se poate scrie $4+a=0$ și obținem $a=-4$.	**2p**
6.	Din teorema sinusurilor rezultă că $\frac{BC}{\sin A}=2R\Leftrightarrow\frac{6}{\sin A}=2\cdot 5$	**3p**
	deci $\sin A=\frac{6}{2\cdot 5}=\frac{3}{5}$.	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$A+I_2=\begin{pmatrix}2&2\\-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A+I_2\right)=\begin{vmatrix}2&2\\-1&1\end{vmatrix}=2\cdot 1-(-1)\cdot 2=$	**3p**
	$=2+2=4$.	**2p**
b)	$\det\left(B(n)-n\cdot A\right)=\begin{vmatrix}-1&2-2n\\n-3&n+1\end{vmatrix}=2n^2-9n+5$.	**2p**
	$\det B(2)=\begin{vmatrix}1&2\\-3&3\end{vmatrix}=9$. Egalând, găsim $2n^2-9n+5=9-2n$, adică	**3p**
	$2n^2-7n-4=0$ cu soluțiile $-\frac{1}{2}$ și 4, deci numărul natural cerut este $n=4$.	
c)	Înmulțind relația $A^{-1}\cdot M=I_2-A$ cu A, la stânga, obținem $M=A-A^2$	**2p**
	$A^2=\begin{pmatrix}-1&2\\-1&-2\end{pmatrix}$ și, apoi, $M=\begin{pmatrix}1&2\\-1&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1&2\\-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$.	**3p**

2. a)	$4 \circ \frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{1}{4} - 4\left(4 + \frac{1}{4}\right) + 20 =$	**3p**
	$= 1 - 17 + 20 = 4$.	**2p**
b)	$x \circ e = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow xe - 4(x + e) + 20 = x \Rightarrow (x - 4)e = 5(x - 4) \Rightarrow e = 5$	**2p**
	$e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e = 5$, deci $e = 5$ este elementul neutru al legii.	**3p**
c)	$x \circ x = x^2 - 8x + 20 = x^2 - 8x + 16 + 4 =$	**2p**
	$= (x - 4)^2 + 4 \geq 4, \forall x \in \mathbb{R}$.	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)' = \frac{(x^2+1)' \cdot x^2 - (x^2+1) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2+1) \cdot 2x}{x^4} =$	**3p**
	$= \frac{-2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}$.	**2p**
b)	$g(x) = \frac{x^3 \cdot f'(x)}{f(x)} = \frac{x^3 \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right)}{\frac{x^2+1}{x^2}} = \frac{-2x^2}{x^2+1}$ și $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-2x^2}{x^2+1} = -2 \in \mathbb{R}$	**3p**
	$\Rightarrow y = -2$ este ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției g.	**2p**
c)	f este strict descrescătoare dacă $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{x^3} < 0$	**2p**
	Deoarece $-2<0$, inegalitatea are loc atunci când $x \in (0, \infty)$.	**3p**
	Deci f este strict descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.	
2.a)	$\int_1^3 x \cdot f(x)dx = \int_1^3 x \cdot \left(x + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 (x^2 + 2)dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x\right)\Big|_1^3 =$	**3p**
	$= \left(\frac{3^3}{3} + 2 \cdot 3\right) - \left(\frac{1^3}{3} + 2 \cdot 1\right) = \frac{38}{3}$.	**2p**
b)	$\int_1^e (f(x) - x) \cdot \ln x \, dx = \int_1^e \frac{2}{x} \cdot \ln x \, dx = 2\int_1^e (\ln x)' \cdot \ln x \, dx = 2 \cdot \frac{(\ln x)^2}{2}\Big|_1^e$	**3p**
	$= (\ln x)^2|_1^e$	
	$= (\ln e)^2 - (\ln 1)^2 = 1^2 - 0^2 = 1$.	**2p**
c)	Aria =	
	$\int_1^a |f(x)|dx = \int_1^a \left(x + \frac{2}{x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2\ln|x|\right)\Big|_1^a =$	**3p**
	$\left(\frac{a^2}{2} + 2\ln|a|\right) - \left(\frac{1^2}{2} + 2\ln 1\right) = \frac{a^2-1}{2} + 2\ln a$.	
	$\frac{a^2-1}{2} + 2\ln a = 2(6 + \ln a) \Leftrightarrow \frac{a^2-1}{2} = 12 \Leftrightarrow a^2 = 25$, de unde soluția care convine este a = 5.	**2p**