Simulare, Bacalaureat, 12 decembrie 2024
Proba E. c) Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică – informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică – informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $log_2(\sqrt{5}-1)+log_2(\sqrt{5}+1)=2$.

5p **2** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-m^2$. Determinați numărul real m, știind că distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axa Ox este egală cu 3.

5p **3** Rezolvați ecuația $2^x+4^{\frac{x+1}{2}}=12$.

5p **4** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de 3 cifre distincte, cu cifre nenule, acesta să fie număr par.

5p **5** Să se determine numărul real a, pentru care vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+(a+3)\vec{j}$ și $\vec{v}=(a+1)\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6** În ΔABC, dacă $AC=6\ cm$, $m(\hat{C})=15^0$, $m(\hat{B})=45^0$, arătați că $BC=3\sqrt{6}$ cm

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y+z=4 \\ 2x+y-z=1 \\ ax+y-z=a-1 \end{cases}$, unde $x,y,z\in\mathbb{R}$, a parametru real.

5p **a)** Determinați numărul real a astfel încât sistemul să aibă soluție unică.

5p **b)** Dacă $a\neq 2$, rezolvați sistemul de ecuații.

5p **c)** Dacă $a=2$, determinați soluția sistemului (x_0,y_0,z_0) având componentele întregi, pentru care $x_0^2+y_0^2+z_0^2=6$.

2. Pe $\mathbb{R}$ definim legea de compoziție $x\circ y=axy-x-y+6$.

5p **a)** Determinați numărul real a, pentru care $1\circ 3=11$

5p **b)** Să se determine numărul real a știind că legea admite element neutru.

5p **c)** Să se arate că dacă intervalul $[0,6]$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea „$\circ$ ”, atunci $a\in\left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=1+\ln x$, pentru $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați $m\in(0,+\infty)$ pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul $M(m,f(m))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=2x$.

5p **c)** Demonstrați că $x\ln x+\frac{1}{e}\geq 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} xe^x, x\le 0 \\ \dfrac{x^2}{x+1}, x>0 \end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați o primitivă a funcției f știind că graficul primitivei trece prin punctul de coordonate $A\left(-1,-\frac{2}{e}\right)$.

5p **c)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.