Simulare, Bacalaureat, 12 decembrie 2024
Proba E. c) Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE ***Simulare***

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a = log_3 4 - log_3 36 =$ $= log_3 \frac{4}{36} = log_3 \frac{1}{9} = -2 \in \mathbb{Z}$	**2p** **3p**
2.	$3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 2$ $3x^2 - 5x - 2 \leq 0 \Rightarrow x \in \left[-\frac{1}{3}, 2\right]$, dar $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0, 1, 2\}$. Atunci suma soluțiilor întregi este 3	**2p** **3p**
3.	$9^{3x} = 3^{6x}$ $5x + 2 = 6x \Rightarrow x = 2$	**2p** **3p**
4.	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; sunt 9 cifre nenule Atunci $A_9^3 = 504$	**2p** **3p**
5.	$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A)\vec{i} + (y_C - y_A)\vec{j} = (x_C - 1)\vec{i} + (y_C - 3)\vec{j}$; $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 2\vec{j}$; $\overrightarrow{AC} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} \Rightarrow x_C - 1 = 2, y_C - 3 = 4 \Rightarrow C(3,7)$	**2p** **3p**
6.	Construind $AD \perp BC, D \in BC$, în triunghiul dreptunghic ACD, unghiul C are 30º, așa că AD = 4cm. Atunci aria triunghiului ABC este $A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{15 \cdot 4}{2} = 30$ cm^2	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1)	$a \circ 1 = 3 \cdot a \cdot 1 - 3 \cdot a - 3 \cdot 1 + 4 =$ $= 3a - 3a - 3 + 4 = 1$	**2p** **3p**
2)	$3xy - 3x - 3y + 4 = 3(x-1)(y-1) + 1$ $3xy - 3x - 3y + 4 = 3(xy - x - y + 1) + 1$ $3xy - 3x - 3y + 4 = 3xy - 3x - 3y + 3 + 1$ $3xy - 3x - 3y + 4 = 3xy - 3x - 3y + 4$, pentru orice numere reale *x* și *y*.	 **2p** **3p**
3)	$x \circ \frac{4}{3} = 3(x-1)\left(\frac{4}{3} - 1\right) + 1 = 3(x-1)\frac{1}{3} + 1 = x - 1 + 1 = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $\frac{4}{3} \circ x = 3\left(\frac{4}{3} - 1\right)(x-1) + 1 = 3 \cdot \frac{1}{3}(x-1) = x - 1 + 1 = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$	**2p** **2p**

	$x \circ \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \circ x = x$, pentru orice număr real x, așadar $e = \frac{4}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție pe $\mathbb{R}$	**1p**
4)	$(x \circ y) \circ z = 9(x-1)(y-1)(z-1)+1, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$	**2p**
	$x \circ (y \circ z) = 9(x-1)(y-1)(z-1)+1, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$	**2p**
	$\Rightarrow (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, pentru orice numere reale x, y, z, deci legea de compoziţie este asociativă pe $\mathbb{R}$.	**1p**
5)	$3(3^x - 1)(3^x + 2 - 1) + 1 = 25$	**2p**
	$(3^x - 1)(3^x + 1) = 8 \Rightarrow 3^{2x} - 1 = 8 \Rightarrow 3^{2x} = 9$	**2p**
	$x = 1$	**1p**
6)	Se determină elementul absorbant al legii de compoziție $a = 1$, adică x$\circ$ $1 = 1 \circ x = 1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\Rightarrow \frac{1}{17} \circ \frac{2}{17} \circ \frac{3}{17} \circ \ldots\ldots \circ \frac{2024}{17} = 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1)	$X(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	**3p**
	$detX(2) = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 15 - 8 = 7$	**2p**
2)	$X(1) + X(4) = I_2 + A + I_2 + 4A = 2I_2 + 5A$	**2p**
	$X(2) + X(3) = I_2 + 2A + I_2 + 3A = 2I_2 + 5A$	**2p**
	$\Rightarrow$ egalitatea este arătată.	**1p**
3)	$(I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + (a + b + 3ab)A$ $I_2 + aA + bA + abA^2 = I_2 + aA + bA + 3abA$	**3p**
	$A^2 = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} = 3A$ $\Rightarrow abA^2 = 3abA$, de unde rezultă egalitatea cerută.	**2p**
4)	$\mathrm{X(a)} = \begin{pmatrix} 1+2a & a \\ 2a & 1+a \end{pmatrix} \Rightarrow det\big(X(a)\big) = 1 + 3a$	**3p**
	$a \neq -\frac{1}{3} \Rightarrow 1 + 3a \neq 0$	**2p**
5)	$X(a) \cdot X(a) = X(0) \Leftrightarrow 3a^2 + 2a = 0$	**3p**
	$a \in \left\{-\frac{2}{3}, 0\right\}$	**2p**
6)	$X(a) + aI_2 = \begin{pmatrix} 1+3a & a \\ 2a & 1+2a \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(X(a) + aI_2) \leq 0 \Leftrightarrow 4a^2 + 5a + 1 \leq 0$	**2p**
	$a \in \left[-1, -\frac{1}{4}\right] - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$	**1p**