Simulare, Bacalaureat, 12 decembrie 2024
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE ***Simulare***

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\frac{1+2i}{1-i}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ $\text{Re}\, z=-\frac{1}{2}$	**3p** **2p**
2.	$f\left(2^0\right)+f\left(2^1\right)+\ldots+f\left(2^7\right)=2\cdot 8-\left(2^0+2^1+\ldots+2^7\right)=$ $=16-\frac{1\cdot\left(2^8-1\right)}{2-1}=-239$	**2p** **3p**
3.	$\log_3(2x+1)+\log_3(x-1)=3\Rightarrow(2x+1)(x-1)=27\Rightarrow 2x^2-x-28=0$ $x_1=4$ care convine, $x_2=-\frac{7}{2}$ care nu convine.	**3p** **2p**
4.	Numărul cazurilor posibile este 6. Numărul cazurilor favorabile este 2, pentru $n\in\{5,6\}$ $.\Rightarrow P=\frac{1}{3}$	**2p** **3p**
5.	$\vec{v}_1-3\vec{v}_2=\left(3\vec{i}+\vec{j}\right)-3\left(\vec{i}-2\vec{j}\right)=7\vec{j}$ $\left\|\vec{v}_1-3\vec{v}_2\right\|=7$	**2p** **3p**
6.	$\cos 2x\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sin 2x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=0\Rightarrow\cos 2x\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\sin 2x\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$ $\cos\left(2x-x+\frac{\pi}{3}\right)=0\Rightarrow x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{\pi}{6}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A)=a^2-b^2$ $\left.\begin{array}{l}\det(A)=0\Rightarrow a^2-b^2=0\Rightarrow a^2=b^2\\ a\neq b\end{array}\right\}\Rightarrow a=-b$. $A=\begin{pmatrix}a & -a\\ -a & a\end{pmatrix}$, $a\in R^*$.	**2p** **3p**
b)	$A=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}, a\neq b, a,b\in R,\ B=\begin{pmatrix}x & y\\ y & x\end{pmatrix}, x\neq y,\ x,y\in R$ $A\cdot B=\begin{pmatrix}ax+by & ay+bx\\ ay+bx & ax+by\end{pmatrix}$, $ax+by,\ ay+bx\in R$ $x\neq y, a\neq b\Rightarrow(ax+by)-(ay+bx)=(x-y)(a-b)\neq 0\Rightarrow ax+by\neq ay+bx\Rightarrow A\cdot B\in M$	**2p** **3p**

c)	$X=\begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}, x\neq y,\ x,y\in R \Rightarrow X^2=\begin{pmatrix} x^2+y^2 & 2xy \\ 2xy & x^2+y^2 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ 2xy=4 \end{cases} \Rightarrow X\in\left\{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\right\}$	**3p**
2.a)	$1*2=-1+2a+b$ și $(-1)*4=-1+4a+b$	**2p**
	$\begin{cases} 2a+b=12 \\ 4a+b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=18 \end{cases}$	**3p**
b)	$x*y=xy-3x-3y+18=xy-3x-3y+9+9=$	**3p**
	$=x(y-3)-3(y-3)+9=(x-3)(y-3)+9$	**2p**
c)	$x*e=e*x\Rightarrow -3x+ae=-3e+ax\Rightarrow (a+3)(e-x)=0\Rightarrow a=-3$	**3p**
	$x*e=x\Rightarrow x(e-4)-3e+b=0,\quad \forall x\in \boldsymbol{R}\Rightarrow e=4$ *şi* $b=12$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{e^x(x+1)-e^x\cdot 1}{(x+1)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{xe^x}{(x+1)^2}$, oricare ar fi $x\in R-\{-1\}$	**2p**
b)	$y-f(0)=f'(0)(x-0)$	**3p**
	$f(0)=1, f'(0)=0$ Ecuaţia tangentei este $y-1=0$	**2p**
c)	f crescătoare pe $[0,\infty)$. Cum $x,y>0,\ x\geq y\Rightarrow f(x)\geq f(y)$	**3p**
	$\dfrac{e^x}{x+1}\geq\dfrac{e^y}{y+1}\Rightarrow\dfrac{e^x}{e^y}\geq\dfrac{x+1}{y+1}\Rightarrow e^{x-y}\geq\dfrac{x+1}{y+1}\Rightarrow\ln e^{x-y}\geq\ln\dfrac{x+1}{y+1}\Rightarrow x-y\geq\ln\dfrac{x+1}{y+1}$	**2p**
2.a)	F este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)$	**3p**
	$F'(x)=f(x)=\dfrac{x^2+9}{x}>0,\ x\in(0,+\infty)\Rightarrow F$ crescătoare pentru $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\int\dfrac{3}{f(x)}dx=\int\dfrac{3x}{x^2+9}dx=\dfrac{3}{2}\int\dfrac{2x}{x^2+9}dx=$	**2p**
	$=\dfrac{3}{2}\int\dfrac{(x^2+9)'}{x^2+9}dx=\dfrac{3}{2}\ln(x^2+9)+C$	**3p**
c)	$\int f(x)\cdot x\cdot\ln x dx=\int(x^2+9)\ln x dx=\int\left(\dfrac{x^3}{3}+9x\right)'\ln x dx=$	**3p**
	$=\left(\dfrac{x^3}{3}+9x\right)\ln x-\int\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{x^3}{3}+9x\right)dx=\left(\dfrac{x^3}{3}+9x\right)\ln x-\dfrac{x^3}{9}-9x+C$	**2p**