Simulare, Bacalaureat, 12 decembrie 2024
Proba E. c) Matematică *M*_şt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Să se determine partea reală a numărului complex $z=\frac{1+2i}{1-i}$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(2^0)+f(2^1)+...+f(2^7)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x+1)+\log_3(x-1)=3$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{1,2,3,4,5,6\}$, acesta să verifice relația $(n-1)!>21$

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{v}_1=3\vec{i}+\vec{j}$, $\vec{v}_2=\vec{i}-2\vec{j}$. Să se calculeze modulul vectorului $\vec{v}_1-3\vec{v}_2$.

5p **6.** Determinați $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ știind că $\cos 2x\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sin 2x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră mulțimea $M=\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}\middle|\, a\neq b, a,b\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Determinați matricele $A\in M$ astfel încât $\det(A)=0$.

5p **b)** Demonstrați că $A\cdot B\in M$, oricare ar fi matricele $A,B\in M$.

5p **c)** Determinați $X\in M$ știind că $X^2=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 4 & 5\end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea $M=(3,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=xy-3x+ay+b$, unde $a,b\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Determinați numerele reale a,b pentru care $1*2=11$ și $(-1)*4=5$.

5p **b)** Pentru $a=-3$, $b=18$ arătați că $x*y=(x-3)(y-3)+9$.

5p **c)** Determinați numerele reale a,b pentru care legea " $*$ " admite element neutru.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:R\setminus\{-1\}\to R$, $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{xe^x}{(x+1)^2}$, $x\in R\setminus\{-1\}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=0$.

5p **c)** Demonstrați că $x-y\geq\ln\frac{x+1}{y+1}$, oricare ar fi $x,y>0$, $x\geq y$.

2. Fie funcția $f:(0,+\infty)\to R$, $f(x)=\frac{x^2+9}{x}$.

5p **a)** Arătați că orice primitivă $F:(0,+\infty)\to R$, a funcției f este crescătoare pentru $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Calculați $\int\frac{3}{f(x)}dx$, unde $x\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Calculați $\int f(x)\cdot x\cdot\ln x dx$,unde $x\in(0,+\infty)$.