Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_şt-nat

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I		**(30 de puncte)**
1.	$log_{2024} 506 + log_{2024} 8 - log_{2024} 2 = \log_{2024}(506 \cdot 8 : 2) =$ $\log_{2024} 2024 = 1$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = -m + 1, x_1 x_2 = 3$ $x_1 = 3 \cdot x_2$ şi cum $x_1 x_2 = 3$ avem $3x_2^2 = 3$ de unde $x_2 = \pm 1$ $x_2 = 1$ implică $m = -3$, $x_2 = -1$ implică $m = 5$	2p 3p
3.	$3^x + \frac{3}{3^x} = 4 \Rightarrow (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Rightarrow (3^x - 1)(3^x - 3) = 0$ $x = 0$ sau $x = 1$	3p 2p
4.	Mulţimea A are 6 elemente, deci sunt 6 cazuri posibile. $2^2 = 2^2$ şi $2^4 = 4^2$ deci sunt 2 cazuri favorabile $P = \frac{nr.\,cazuri\,favorabile}{nr.\,cazuri\,posibile} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	2p 3p
5.	Punctul $M(2;2)$ este mijlocul segmentului AB. $OM = 2\sqrt{2}$	3p 2p
6.	$\frac{AB}{sinC} = 2R$ $AB = 2R \cdot sin30° \Rightarrow 16 = 2R \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16$	2p 3p

SUBIECTUL al II -lea		**(30 de puncte)**
1.a.	$A(1) = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 4 & 10 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$ $\det(A(1)) = 4 \cdot (-5) - (-2) \cdot 10 = 0$	2p 3p
1.b.	$A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 5 - 10a + a^2 & 10 - 20a \\ -2 + 4a & -4 + 8a + a^2 \end{pmatrix}$	3p

	$\begin{pmatrix} 5-10a+a^2 & 10-20a \\ -2+4a & -4+8a+a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow a = 0$	2p
1.c.	$A(-1) = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(-1)) = 2 \neq 0$, deci $A(-1)$ este inversabilă $(A(-1))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $X = (A(-1))^{-1} \cdot A(0) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.a.	$(-3) \circ (-2) = -3$ $(-3) \circ (-2) \circ (-1) = (-3) \circ (-1) = -5$	2p 3p
2.b.	Dacă e este element neutru, atunci $x \circ e = e \circ x = x$ oricare ar fi x număr real şi cum $x \circ y = y \circ x$ obținem $x \circ e = x$ $3xe + 7x + 7e + 14 = x \Rightarrow (e+2)(3x+7) = 0$, oricare ar fi x număr real deci $e + 2 = 0, e = -2$.	2p 3p
2.c.	$x \circ y = 3\left(x+\frac{7}{3}\right)\left(y+\frac{7}{3}\right) - \frac{7}{3} \Rightarrow x \circ x = 3\left(x+\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{7}{3} \Rightarrow x \circ x \circ x = 9\left(x+\frac{7}{3}\right)^3 - \frac{7}{3}$ $x \circ x \circ x = \frac{1}{3} \Rightarrow 9\left(x+\frac{7}{3}\right)^3 = \frac{8}{3} \Rightarrow x + \frac{7}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al III -lea		**(30 de puncte)**
1.a.	$f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x^3-1) = 4(x-1)(x^2+x+1)$ $\frac{f'(x)}{x^2+x+1} = 4(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
1.b.	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Dacă $x \in (-\infty; 1]$ atunci $f'(x) \leq 0$ deci f este descrescătoare pe $(-\infty; 1]$ Dacă $x \in (1; +\infty)$ atunci $f'(x) > 0$ deci f este crescătoare pe $(1; +\infty)$ Cum f este continuă pe $\mathbb{R}$, avem $f(x) \geq f(1)$, deci $x = 1$ este singurul punct de extrem	3p 2p
1.c.	Dacă $a, b > 0$ şi $a + b = 1$ atunci $a, b \in (0; 1)$ f este descrescătoare pe $(-\infty; 1]$ deci $f(a) > f(1), f(b) > f(1)$. Cum $f(1) = 1$ obținem $f(a) + f(b) > 2$.	2p 3p
2.a.	$\int (f(x) - g(x))\,dx = \int \left(\frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{1}{x+1}\right) dx = \int \frac{x+1}{x^2+x} dx =$ $\int \frac{x+1}{x(x+1)} dx = \int \frac{1}{x} dx = lnx + C$	2p 3p
2.b.	$\int (x+1)e^{\frac{1}{g(x)}} dx = \int (x+1)e^{x+1} dx = \int (x+1)(e^{x+1})' dx =$ $(x+1)e^{x+1} - \int e^{x+1} dx = (x+1)e^{x+1} - e^{x+1} + C = xe^{x+1} + C$	2p 3p
2.c.	$\int \frac{2x+1}{x^2+x} dx = \int \frac{(x^2+x)'}{x^2+x} dx = ln(x^2+x) + C$ $F(e) = \ln(e+1) \Rightarrow \ln(e^2+e) + C = \ln(e+1) \Rightarrow 1 + \ln(e+1) + C = \ln(e+1)$ $\Rightarrow C = -1$ deci $F(x) = ln(x^2+x) - 1$	2p 3p