Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(3 0 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\log_{2024} 506 + \log_{2024} 8 - \log_{2024} 2 = 1$.
5p	**2.** Determinaţi valorile numărului real m pentru care soluţiile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2 + (m-1)x + 3 = 0$ verifică relaţia $x_1 = 3 \cdot x_2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x + 3^{1-x} = 4$.
5p	**4.** Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ acesta să verifice egalitatea $2^n = n^2$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$ şi $B(3,-1)$. Determinaţi distanţa dintre punctul O şi mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Determinaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC , ştiind că $AB = 16$ şi $C = 30°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} 5-a & 10 \\ -2 & -4-a \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
5p	**a)** Arătaţi că $det(A(1)) = 0$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = A(0)$.
5p	**c)** Determinaţi matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $A(-1) \cdot X = A(0)$.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = 3xy + 7x + 7y + 14$.
5p	**a)** Arătaţi $(-3) \circ (-2) \circ (-1) = -5$.
5p	**b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „ $\circ$ ”
5p	**c)** Determinaţi $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x \circ x \circ x = \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^4 - 4x + 4$.
5p	**a)** Arătaţi că $\frac{f'(x)}{x^2+x+1} = 4(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	**b)** Demonstraţi că funcţia f are un singur punct de extrem.
5p	**c)** Fie a şi b numere reale pozitive astfel încât $a + b = 1$. Demonstraţi că $f(a) + f(b) > 2$.
	2. Se consideră funcţiile $f: (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$, $g: (0,+\infty) \to \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{x+1}$.
5p	**a)** Calculaţi $\int (f(x) - g(x))\,dx$.
5p	**b)** Calculaţi $\int (x+1)e^{\frac{1}{g(x)}}\,dx$.
5p	c) Determinaţi primitiva $F: (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ a funcţiei f care verifică relaţia $F(e) = \ln(e+1)$.