Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați modulul numărului complex z = (2 - i) (3 + 2i) – 4 (1 + i).

5p **2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2-(2m+1)x+m(m-1)\geq 0$ pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A= $\{1,2,3,\dots,100\}$, acesta să fie multiplu de 11.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctul A(-5; 2) și dreapta d de ecuație $y=x+1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d.

5p **6.** Arătați că sin (a – b) · sin (a +b) = (sin a – sin b) ·(sin a +sin b), pentru orice numere reale a și b.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2+1 & y^2+1 & 5 \end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Calculați D(1, -1).

5p **b)** Arătați că D(x, y) = $(x-2)(y-2)(y-x)$, $\forall$ x, y $\in \mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care D(2^x , 4^x) =0.

2. Pe mulțimea G=(1, ∞) definim legea $x * y = \frac{1}{2}\sqrt{x^2y^2-x^2-y^2+5}$

5p **a)** Arătați că $x * y = \sqrt{\frac{1}{4}(x^2-1)(y^2-1)+1}, \forall\, x, y \in (1,\infty)$.

5p **b)** Determinați elementele simetrizabile din G în raport cu legea " $*$ " .

5p **c)** Demonstrați că funcția $f:(0,\infty)\to(1,\infty), f(x)=\sqrt{2x+1}$ este bijectivă și $f(x\cdot y)=f(x)*f(y), \forall\, x, y \in (0,\infty)$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2e^x+3x^2-2x+5$

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția este crescătoare pe $[0,\infty)$.

5p **c)** Să se arate că funcția f nu este surjectivă.

2. Se consideră funcțiile $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{2x}{(x+1)(x^2+1)}$ și $F:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$.

$F(x)=a\ln(x+1)+b\ln(x^2+1)+c\ arctgx$, unde a, b, c sunt parametri reali.

5p **a)** Calculați $\int \frac{x+1}{2x}\cdot f(x)dx$.

5p **b)** Să se determine a, b, c astfel încât F să fie o primitivă a funcției f.

5p **c)** Să se studieze monotonia funcției F, dacă F este o primitivă a funcței f.