Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare ianuarie

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_4 = a_1 + 3r$ și $a_9 = a_1 + 8r$ $r = 3, a_1 = -2$ $a_{2025} = 6070$	**1p** **2p** **2p**
2.	$x_v = \dfrac{-b}{2a}$ $a = -1, b = 3m$ $\dfrac{-3m}{-2} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow m = 1$	**1p** **2p** **2p**
3.	$\log_4\left(\left(4+2\sqrt{3}\right)\cdot\left(4-2\sqrt{3}\right)\right) - \log_4 4 = \log_4 \dfrac{(4^2 - 2^2\cdot 3)}{4} =$ $\log_4 \dfrac{16-12}{4} = \log_4 \dfrac{4}{4} = \log_4 1 = 0$	**2p** **3p**
4.	Numerele impare sunt $\{1,3\}$ Se formează 6 numere care au ultima cifră 1 Se formează 6 numere care au ultima cifră 3. În total se formează 12 numere impare de trei cifre distincte	**1p** **2p** **2p**
5.	$\left.\begin{matrix} y = mx + n \\ d_1 : y = x + 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_1 = 1$ $d_1 \parallel d_2 \Rightarrow m_1 = m_2 = 1$ $d_2 : y - y_A = m_2(x - x_A) \Rightarrow y + 1 = 1(x+1) \Rightarrow y = x$	**1p** **1p** **3p**
6.	Din teorema cosinusului avem că $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cdot AB\cdot AC\cdot cos(\sphericalangle A)$ $BC^2 = 36 + 100 - 2\cdot 6\cdot 10\cdot \cos 60°$ $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$ $BC^2 = 76 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$	**1p** **2p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al II – lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$ $= 0 - 1 = -1$	**2p** **3p**

b)	$A(a)+A(-a)=\begin{pmatrix}2-a & 1\\ 1 & 2-a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2+a & 1\\ 1 & 2+a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$2\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$A(x)A(x)=\begin{pmatrix}x^2-4x+5 & 4-2x\\ 4-2x & x^2-4x+5\end{pmatrix}, 2A(1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{cases}x^2-4x+5=2\\ 4-2x=2\end{cases}$, de unde obținem $x=1$	**2p**
2.a)	$1*2=(2\cdot 1-1)(2\cdot 2-1)+1=$ $=1\cdot 3+1=4$	**3p** **2p**
b)	$x*x=4x^2-4x+2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4x^2-4x+2=2\Rightarrow 4x^2-4x=0$, de unde obținem $x=0$ sau $x=1$	**3p**
c)	$m*\left(1+\frac{1}{m}\right)=(2m-1)\left(1+\frac{2}{m}\right)+1$, pentru orice număr întreg nenul m	**2p**
	$(2m-1)\left(1+\frac{2}{m}\right)=0$ și, cum m este număr întreg nenul, obținem $m=-2$	**3p**

SUBIECTUL al III – lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{2}{x}+\ln x\right)'=2\left(\frac{1}{x}\right)'+(\ln x)'$	**2p**
	$f'(x)=-2\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{-2+x}{x^2}=\frac{x-2}{x^2}$	**3p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$	**2p**
	$f'(x)<0$ pentru orice $x\in(0,2)$ și $f'(x)>0$ pentru orice $x\in(2,+\infty)$	**2p**
	Deci $x=2$ este punct de extrem	**1p**
c)	$f''(x)=\left(\frac{x-2}{x^2}\right)'=\frac{1\cdot x^2-(x-2)\cdot 2x}{x^4}=\frac{-x^2+4x}{x^4}=\frac{x(-x+4)}{x^4}=$ $=\frac{-x+4}{x^3}$	**3p**
	Pentru $x\in(0,4)\Rightarrow -x+4>0$ și $x^3>0\Rightarrow f''(x)>0\Rightarrow$ funcția f este convexă pe intervalul $(0,4)$	**2p**
2.a)	$\int_2^3\frac{f(x)}{x(x-1)}dx=\int_2^3(x+1)dx=\int_2^3 xdx+\int_2^3 dx=\frac{x^2}{2}\Big\vert_2^3+x\vert_2^3=$	**3p**
	$=\frac{3^2}{2}-\frac{2^2}{2}+3-2=\frac{7}{2}$	**2p**
b)	$f(x)=x(x^2-1)=x^3-x$	
	$F(x)=\int(x^3-x)dx=\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+c$	**3p**
	$F(1)=-1\Leftrightarrow\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+c=-1\Leftrightarrow c=-1-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=-\frac{3}{4}$	
	$F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}-\frac{3}{4}$	**2p**

c)	$\int_2^e \frac{f(x)\cdot \ln x}{x^2-1}dx = \int_2^e x\cdot \ln x\, dx =$ $= \frac{x^2}{2}\cdot \ln x\Big\|_2^e - \int_2^e \frac{x^2}{2}\cdot \frac{1}{x}dx = \frac{e^2}{2}\cdot \ln e - \frac{4}{2}\cdot \ln 2 - \int_2^e \frac{x}{2}dx =$ $= \frac{e^2}{2} - 2\ln 2 - \frac{x^2}{4}\Big\|_2^e = \frac{e^2}{2} - 2\ln 2 - \frac{e^2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{e^2}{4} - 2\ln 2 + 1$	**2p** **3p**