EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025
Proba E.c)
Matematică *M_şt-nat*
Decembrie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii **SIMULARE**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=7-i$. Arătați că $|z-iz|=10$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5-2x$. Determinați numărul real a pentru care $f(a+1)=f(3a)+18$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(2x-3)=\log_2(3-x)$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre, acesta să fie impar, cu cifre distincte.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,3)$ și $B(2,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$.

5p **6.** Știind că $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și $\sin x=\frac{12}{13}$, calculați $\operatorname{tg} x$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricile $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x+1&1\\x^2&x-1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(4)-I_2\right)=-8$.

5p **b)** Determinați numărul real x, știind că are loc egalitatea $A(x)\cdot A(2)-(x+2)A(x)=I_2$.

5p **c)** Calculați $A(1)+A(2)+A(3)+\ldots+A(9)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și comutativă $x*y=2xy-10x-10y+55$.

5p **a)** Arătați că $x*y=2(x-5)(y-5)+5$, pentru orice x și y numere reale.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați numerele naturale m și n pentru care $m*n=11$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{1-x}{2\left(x^2+x+1\right)\sqrt{x^2+x+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați imaginea funcției f.

5p **c)** Arătați că $0<f(x)+f(2-x)\le\frac{4\sqrt{3}}{3}$, pentru orice $x\in[1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2-x)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{3}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^{\ln 2} f(x)dx=3-2\ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a astfel încât $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(e^x+3x^2)}dx=\ln\left(\frac{a+4e}{a+e^2}\right)$.