Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$z=\dfrac{(1-2i)(1-3i)}{1-9i^2}$	**2p**
	$z=\dfrac{1-5i+6i^2}{10}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{i}{2}$, deci partea imaginară este $-\dfrac{1}{2}$.	**3p**
2.	Deoarece funcția f este impară $\Rightarrow f(-x)=-f(x),\forall x\in\mathbb{R}$	**2p**
	Deci $f(0)=-f(0)\Rightarrow f(0)=0, f(1)=-f(-1)=-5$ și $f(-2)=-f(2)=3$ Atunci $f(0)+f(1)+f(-2)=0-5+3=-2$	**3p**
3.	Ecuația este $\sqrt{x+1}=2x-4\Big\vert^2\Rightarrow x+1=(2x-4)^2\Leftrightarrow x+1=4x^2-16x+16$	**2p**
	$\Leftrightarrow 4x^2-17x+15=0\Leftrightarrow x\in\left\{3,\dfrac{5}{4}\right\}$. Numărul 3 verifică ecuația și $\dfrac{5}{4}$ nu verifică deci soluția este $x=3$.	**3p**
4.	Vom afla numărul submulțimilor lui A care conțin elementele 5 și 6 și îl vom scădea din numărul total de submulțimi. Submulțimile care conțin elementele 5 și 6 sunt de forma $\{5,6\}\cup X$ unde X e o submulțime a mulțimii $\{1,2,3,4,7,8\}$, deci sunt 2^6 submulțimi.	**2p**
	În total A are 2^8 submulțimi, deci numărul căutat este $2^8-2^6=256-64=192$.	**3p**
5.	$\vec{u}+\vec{v}=(a+4)\vec{i}-(a+2)\vec{j}$	**2p**
	$\left\vert\vec{u}+\vec{v}\right\vert=\left\vert\vec{u}\right\vert\Leftrightarrow\sqrt{(a+4)^2+(a+2)^2}=\sqrt{3^2+5^2}$ $\Leftrightarrow 2a^2+12a+20=34\Leftrightarrow a^2+6a-7=0\Rightarrow a\in\{-7,1\}$.	**3p**
6.	$f(x)=\dfrac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{1+\cos x}+\dfrac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{1-\cos x}$	**3p**
	$=1-\cos x+1+\cos x=2$, $\forall x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, deci este constantă.	**2p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a.	$D(2,-1)=\begin{vmatrix}2 & 5 & 1\\ -1 & 2 & 1\\ 3 & 10 & 1\end{vmatrix}=4-10+15-6+5-20=-12$	**5p**
b.	$D(x,y)\overset{\substack{L_1=L_1-L_3\\ L_2=L_2-L_3}}{=}\begin{vmatrix}x & x^2+1 & 1\\ y & y^2+1 & 1\\ 3 & 10 & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x-3 & x^2-9 & 0\\ y-3 & y^2-9 & 0\\ 3 & 10 & 1\end{vmatrix}$	**3p**
	$=(x-3)(y-3)\begin{vmatrix}1 & x+3\\ 1 & y+3\end{vmatrix}=(x-3)(y-3)(y-x)$	**2p**
c.	Punctele A,B,C sunt coliniare $\Leftrightarrow \Delta=0$, unde $\Delta=\begin{vmatrix}x_A & y_A & 1\\ x_B & y_B & 1\\ x_C & y_C & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & a^2+1 & 1\\ 1 & 1^2+1 & 1\\ 3 & 10 & 1\end{vmatrix}$	
	$\overset{b.}{=}(a-3)(1-3)(1-a)$.	**3p**
	$-2(a-3)(1-a)=0\Leftrightarrow a\in\{1,3\}$	**2p**
2.a.	Fie $A,B\in G\Rightarrow A=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}c & d\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde $a>0, c>0$ și $b,d\in\mathbb{R}$	**2p**
	$A\cdot B=\begin{pmatrix}ac & ad+b\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in G$, deoarece $a\cdot c>0$ și $ad+b\in\mathbb{R}$.	**3p**
b.	Pentru $C=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $D=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, avem	**2p**
	$CD=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $DC=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow CD\neq DC$	**3p**
c.	Pentru $a=1,b=0$, $\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2\Rightarrow I_2\in G$, este elementul neutru pentru înmulțirea matricelor din G.	**2p**
	Matricea $A\in G$ este simetrizabilă dacă $\exists A'\in G$ cu $A\cdot A'=A'\cdot A=I_2$	
	Fie $A=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in G$ și $A'=\begin{pmatrix}c & d\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}ac & ad+b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ca & bc+d\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	
	$\Rightarrow\begin{cases}ac=1\\ ad+b=0\\ bc+d=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=\frac{1}{a}>0\\ d=-\frac{b}{a}\in\mathbb{R}\end{cases}\Rightarrow A'=\begin{pmatrix}\frac{1}{a} & -\frac{b}{a}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in G$, deci orice matrice din G	
	este simetrizabilă.	**3p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a.	f e derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $f'(x)=2e^x+10x-2=2(e^x-1)+10x$ Observăm că $f'(0)=0$ și pentru $x>0\Rightarrow e^x>1\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f$ e strict crescătoare pe $[0,\infty)$	**2p** **3p**
b.	Deoarece pentru $x<0\Rightarrow e^x<1\Rightarrow f'(x)<0,\forall x<0$. x: $-\infty$ … 0 … ∞ $f'(x)$: $-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ 0+++++++++$ $f(x)$: ↘ $f(0)$ ↗ Deoarece $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty, f(0)=5$ și f e continuă atunci $\text{Im}\, f=[5,\infty)\neq\mathbb{R}\Rightarrow f$ nu este surjectivă	**2p** **3p**
c.	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{l'H}{=}}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f''(x)}{f'(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2e^x+10}{2e^x+10x-2}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{l'H}{=}}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2e^x}{2e^x+10}=1$	**5p**
2.a.	F este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x)=(x-2)'e^{-x}+(x-2)(e^{-x})'$ $=e^{-x}+(x-2)(-e^{-x})=(3-x)e^{-x},\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow F$ este o primitivă a lui f.	**5p**
b.	$\int g(x)dx=\int\dfrac{3-x}{x^2+1}dx=3\int\dfrac{1}{x^2+1}dx-\int\dfrac{x}{x^2+1}dx$ $=3\,\text{arctg}\,x-\dfrac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$	**2p** **3p**
c.	Din *a.* $F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$ Atunci F' este derivabilă și $F''(x)=f'(x)=(3-x)'e^{-x}+(3-x)(e^{-x})'$ $=-e^{-x}-(3-x)e^{-x}=(x-4)e^{-x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Deoarece $F''(x)\geq 0,\forall x\in[4,\infty)$ și $F''(x)\leq 0,\forall x\in(-\infty,4]$, rezultă că funcția F este convexă pe $[4,\infty)$ și concavă pe $(-\infty,4]$	**2p** **3p**