Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Aflați partea imaginară a numărului $z=\dfrac{1-2i}{1+3i}$.

5p **2.** Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcție impară cu proprietatea $f(2)=-3$ și $f(-1)=5$. Calculați $f(0)+f(1)+f(-2)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1}+4=2x$.

5p **4.** Determinați câte submulțimi ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ conțin cel mult unul dintre elementele 5 sau 6.

5p **5.** Aflați numerele reale a pentru care vectorii $\vec{u}$ și $\vec{u}+\vec{v}$ au același modul, unde $\vec{u}=3\vec{i}-5\vec{j}$ și $\vec{v}=(a+1)\vec{i}-(a-3)\vec{j}$.

5p **6.** Arătați că funcția $f:\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1-\cos^2 x}{1-\cos x}+\dfrac{\sin^2 x}{1+\cos x}$, este constantă.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix} x & x^2+1 & 1\\ y & y^2+1 & 1\\ 3 & 10 & 1\end{vmatrix}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a.** Calculați $D(2,-1)$.

5p **b.** Demonstrați că $D(x,y)=(x-3)(y-3)(y-x),\forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c.** Aflați $a\in\mathbb{R}$ pentru care punctele $A(a,a^2+1)$, $B(1,2)$ și $C(3,10)$ sunt coliniare.

2. Se consideră mulțimea $G=\left\{\begin{pmatrix} a & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}\middle| a,b\in\mathbb{R},a>0\right\}$.

5p **a.** Demonstrați că dacă $A,B\in G$, atunci $A\cdot B\in G$.

5p **b.** Aflați două matrice $C,D\in G$ cu proprietatea $C\cdot D\neq D\cdot C$.

5p **c.** Arătați că orice matrice din G este simetrizabilă în raport cu înmulțirea matricelor.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2e^x+5x^2-2x+3$.

5p **a.** Arătați că funcția f este strict crescătoare pe $[0,\infty)$.

5p **b.** Demonstrați că funcția f nu este surjectivă.

5p **c.** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

2. Se consideră funcțiile $f, F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3-x)e^{-x}$ și $F(x)=(x-2)e^{-x}$.

5p **a.** Arătați că F este o primitivă a lui f.

5p **b.** Calculați primitivele funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=\dfrac{e^x f(x)}{x^2+1}$.

5p **c.** Aflați intervalele de concavitate și convexitate ale funcției F