Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE SI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$3i(4-i)+4(1-3i)=12i-3i^2+4-12i=$	**2p**
	$=-3(-1)+4=7$	**3p**
2.	$f_{\min}=-\frac{\Delta}{4a}\Rightarrow-\frac{4+4m^2}{4}=-5$	**3p**
	$-1-m^2=-5\Rightarrow m^2=4\Rightarrow m=\pm 2$	**2p**
3.	$2^{x^2-1}=t, t>0\Rightarrow t+\frac{1}{t}=2\Rightarrow t^2-2t+1=0\Rightarrow (t-1)^2=0\Rightarrow t=1$	**3p**
	$2^{x^2-1}=1\Rightarrow x^2-1=0\Rightarrow x\in\{\pm 1\}$	**2p**
4.	Avem în total $5!$ numere de 5 cifre, din care scădem $4!$ numere care au prima cifra 0	**3p**
	$\Rightarrow 5!-4!=4!\cdot 4=24\cdot 4=96$ numere	**2p**
5.	Impunem condițiile ca: $x_A+x_C=x_B+x_D$ și $y_A+y_C=y_B+y_D$	**3p**
	$\Rightarrow x_D=0$, $y_D=1\Rightarrow D(0,1)$	**2p**
6.	$\sin^2 A+\cos^2 A=1\Rightarrow \sin^2 A=1-\cos^2 A=1-\frac{144}{169}=\frac{25}{169}\Rightarrow \sin A=\frac{5}{13}$	**3p**
	Din teorema sinusurilor $\frac{a}{\sin A}=2R\Rightarrow R=\frac{a}{2\sin A}\Rightarrow R=\frac{13}{2}$	**2p**

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1.a)	$M\cdot N=\begin{pmatrix}9&0\\0&16\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\0&80\end{pmatrix}$	**2p**
	$N\cdot M=\begin{pmatrix}1&0\\0&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}9&0\\0&16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\0&80\end{pmatrix}$, deci $M\cdot N=N\cdot M$	**3p**
b)	$\det N=5$, $\det M=144$	**2p**
	$M-N=\begin{pmatrix}8&0\\0&11\end{pmatrix}$, $\det(M-N)=88$, iar $\det N-\det M=-139$, de unde obținem	
	$\det N-\det M<\det(M-N)$	**3p**
c)	$P^2=\begin{pmatrix}x^2&0\\0&y^2\end{pmatrix}$	**2p**

	$\begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}\Rightarrow \begin{cases} x^2=9 \\ y^2=16 \end{cases}$, de unde obținem $x\in\{-3,3\}$ și $y\in\{-4,4\}$. Deci sunt 4 matrice P care verifică cerințele	**3p**
2.a)	$x*x=2\Rightarrow -x^2+2x+2x-2=2$	**2p**
	$x^2-4x+4=0$, de unde obținem $x=2$, care convine.	**3p**
b)	Din $x*m=m\Rightarrow -xm+2x+2m-2=m\Rightarrow (2-m)(x-1)=0$. Cum x este număr real arbitrar, rezultă că $2-m=0$, adică $m=2$	**3p**
	Se verifică $2*x=2$, deci $m=2$	**2p**
c)	Un element al compunerii este $\frac{2026}{1013}=2$	**2p**
	Compunerea devine $x*2*y$, iar din $x*2=2*x=2$ pentru orice număr real x, se obține $(x*2)*y=2*y=2$, știind că legea „$*$” este asociativă.	**3p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{2x+1}{x^2+x}-2=$	**3p**
	$=\frac{2x+1-2x^2-2x}{x^2+x}=\frac{1-2x^2}{x^2+x}$, $x>0$.	**2p**
b)	$m_d=2\Rightarrow f'(x_0)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow -3x_0^2+x_0+2=0$	**3p**
	Cum $x>0\Rightarrow$coordonatele punctului sunt $x_0=1$ și $y_0=\ln 2-2$.	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow 1-2x^2=0$ și cum $x>0\Rightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; f este strict crescătoare pe $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ și strict descrescătoare pe $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$ și $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\ln\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)-\sqrt{2}$;	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\frac{\ln(x^2+x)}{x}-2\right)$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^2+x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{2x+1}{x^2+x}}{1}=0$, deci $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ și cum $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=-\infty$ și f este continuă pe $(0,+\infty)\Rightarrow \operatorname{Im}f=\left(-\infty,\ln\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)-\sqrt{2}\right]$.	**3p**
2.a)	$\int e^{x^2}f(x)dx=\int e^{x^2}\cdot\left(xe^{-x^2}\right)dx=\int xdx=$	**3p**
	$=\frac{x^2}{2}+C$.	**2p**
b)	F este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$; F este concavă pe $[1,+\infty)\Leftrightarrow F''(x)<0$ pe $[1,+\infty)$.	**2p**
	$F''(x)=f'(x)=e^{-x^2}(1-2x^2)<0$ pe $[1,+\infty)\Rightarrow F$ este concavă pe $[1,+\infty)$.	**3p**

c)	$\int g(x)dx = \int xe^x dx - \int xe^{-x^2} dx = \int x(e^x)'dx + \frac{1}{2}\int (e^{-x^2})' dx = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + C \Rightarrow$	
	$F(x) = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + k,\ k \in \mathbb{R}$.	**3p**
	$F(\ln 1) = \ln\sqrt{e} \Leftrightarrow F(0) = \frac{1}{2}; F(0) = -\frac{1}{2} + k \Rightarrow k = 1 \Rightarrow F(x) = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + 1.$	**2p**