Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $3i(4-i)+4(1-3i)=7$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Determinați $m\in\mathbb{R}$, ştiind că valoarea minimă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+2x-m^2$ este egală cu -5.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-1}+2^{1-x^2}=2$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de 5 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{0,1,2,3,4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-1,3)$ și $C(-2,2)$. Determinați coordonatele punctului D, pentru care patrulaterul $ABCD$ este paralelogram.

5p **6.** Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $BC=5$ și $\cos A=\frac{12}{13}$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}9 & 0\\ 0 & 16\end{pmatrix}$ și $N=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $M\cdot N=N\cdot M$.

5p **b)** Verificați dacă $\det N-\det M<\det(M-N)$.

5p **c)** Determinați numărul matricelor $P=\begin{pmatrix}x & 0\\ 0 & y\end{pmatrix}$ pentru care $P^2=M$, unde x și y sunt numere reale.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x*y=-xy+2x+2y-2$.

5p **a)** Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x*x=2$.

5p **b)** Determinați numărul real m astfel încât $x*m=m*x=m$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Știind că legea „$*$” este asociativă, calculați $\frac{2026}{1}*\frac{2026}{2}*\frac{2026}{3}*\ldots*\frac{2026}{2026}$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(x^2+x)-2x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{-2x^2+1}{x^2+x}$, pentru orice număr real $x>0$.

5p **b)** Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este perpendiculară pe dreapta $d: y = 2x - 1$.

5p **c)** Determinați imaginea funcției *f*.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = xe^{-x^2}$.

5p **a)** Calculați $\int e^{x^2} f(x)dx$.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $[1, +\infty)$.

5p **c)** Determinați primitiva F a funcției $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = (e^{x^2+x} - 1)f(x)$, cu proprietatea $F(\ln 1) = \ln \sqrt{e}$.