Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $\log_3 6 - 3\log_3 2 + \log_3 36$ este natural.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x-3$. Arătați că $(fof)(\sqrt{3})=\sqrt{3}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1}+2^{x+2}=160$.

5p **4.** Determinați numărul de submulțimi ale mulțimii $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ care conțin cel mult unul dintre elementele 0 sau 1.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,1), B(2,3) și C(4,a), unde a este un număr real. Determinați numărul real a, știind că punctul C este situat pe mediatoarea segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul MNP în care $\cos(M)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ și $MN=MP=7\sqrt{2}$. Calculați aria triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 5^x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

5p **a)** Arătați că $det(A(-2))=\frac{1}{25}$.

5p **b)** Determinați numărul real x din egalitatea $A(x)\cdot A(2x)=A(4-x^2)$.

5p **c)** Știind că $A(n)=A(1)\cdot A(2)\cdot\ldots\cdot A(2025)$, demonstrați că n este număr natural impar.

2. Pe mulțimea $G=(1,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\frac{1}{2}\sqrt{x^2y^2-x^2-y^2+5}$.

5p **a)** Arătați că $3*5=7$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție $"*"$.

5p **c)** Fie funcția $f:(0,+\infty)\to(1,+\infty)$, $f(x)=\sqrt{4x+1}$.
Demonstrați că $f(x\cdot y)=f(x)*f(y)$, oricare ar fi $x,y\in(0,+\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Considerăm șirurile $(x_n)_{n\geq 1}$ și $(y_n)_{n\geq 1}$ definite astfel: $x_n=f(\sqrt{1})+f(\sqrt{2})+f(\sqrt{3})\ldots+f(\sqrt{n})$, iar $y_n=f\left(\frac{1}{\sqrt{1}}\right)+f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\cdots+f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$, pentru orice număr natural nenul n.
Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{x_n+y_n}{n}+sin\frac{1}{n}\right)^n$.

2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot \ln(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)}\,dx = 4$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{t \to 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x)\,dx$.