Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin înpărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{1}{3}$	**2p**
	$b_n=b_1\cdot q^{n-1}\Rightarrow b_1=54, b_4=2, b_8=\frac{2}{81}$	**3p**
2.	Ecuația are două soluţii reale distincte dacă și numai dacă $\Delta>0$	
	$\Delta=(2a+1)^2>0\Rightarrow a\neq-\frac{1}{2}$	**3p**
	Cum $a\neq 0\Rightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2},0\right\}$	**2p**
3.	Se impun condiţiile $x>0$, $2x-1>0\Rightarrow x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	**2p**
	Ecuaţia devine $\log_3 x=\log_3(2x-1)\Rightarrow x=1\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	**3p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile. Cifra sutelor poate fi aleasă în 4 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifrele zecilor şi unităţilor se pot alege în câte 5 moduri, deci există $4\cdot 5\cdot 5=100$ de cazuri favorabile.	**3p**
	$\mathrm{P}=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{100}{900}=\frac{1}{9}$	**2p**
5.	$m_{AB}=1$, $m_{OC}=\frac{a}{3}$	**2p**
	$AB\perp OC\Rightarrow m_{AB}\cdot m_{OC}=-1\Rightarrow a=-3$	**3p**
6.	Din teorema cosinusului se obţine $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}$	**3p**
	Finalizare $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $A\in(0^0,180^0)\Rightarrow A=45^0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A(x)=\begin{vmatrix}4^x & 0\\ 0 & 9^x\end{vmatrix}=4^x\cdot 9^x-0\cdot 0=4^x\cdot 9^x$	**3p**

	Finalizare $4^x \cdot 9^x = 36^x = 6^{2x}$	**2p**
b)	$A(x)\cdot B = \begin{pmatrix} -4^x & 4^x \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}, B\cdot A(x) = \begin{pmatrix} -4^x & 9^x \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$	**3p**
	$A(x)\cdot B = B\cdot A(x) \Rightarrow 4^x = 9^x \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^x = 1 \Rightarrow x = 0$	**2p**
c)	Dacă $X \in M_2(\mathbb{R})$ verifică ecuaţia $X \cdot X = A(1) \Rightarrow X^2 = A(1) \Rightarrow X \cdot A(1) = X^3 = A(1) \cdot X \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ $X^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow a \in \{-2,2\}, b \in \{-3,3\}$ Soluţiile ecuaţiei vor fi	**3p**
	$X_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, X_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, X_4 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$3 * 4 = -3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - 2$	**3p**
	$3 * 4 = -12 + 6 + 8 - 2 = 0$	**2p**
b)	$x * a = -ax + 2x + 2a - 2$	**3p**
	$-ax + 2x + 2a - 2 = a \Leftrightarrow (2-a)(x-1) = 0,\ \forall\ x \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 2$ Legea este comutativă $\Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2\ ,\ \forall\ x \in \mathbb{R}$	**2p**
c)	Conform punctului b) $\Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2\ ,\ \forall\ x \in \mathbb{R},\ \frac{4052}{2026} = 2$	**2p**
	$\left(\frac{1}{2026} * \frac{2}{2026} * \ldots * \frac{4051}{2026}\right) * 2 * \left(\frac{4053}{2026} * \frac{4054}{2026} * \ldots * \frac{6202}{2026}\right) = 2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{(x^2+x+3)'(x-2) - (x^2+x+3)(x-2)'}{(x-2)^2}$ $= \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x+3)}{(x-2)^2}$	**3p**
	Finalizare calcule $f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$	**2p**
b)	Ecuaţia asimptotei oblice este $y = mx+n$, $m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}, n = \lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x) - mx\right]$	**2p**
	Se obţin $m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2+x+3}{x(x-2)} = 1,\ n = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x+3}{x-2} = 3$ Ecuaţia asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f este $y = x + 3$.	**3p**

c)	Din studiul monotoniei funcţiei f se obţine că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $[3,5]$. $3 \le x \le 5 \overset{f\ descrescatoere}{\Rightarrow} f(3) \ge f(x) \ge f(5)$ $f(3) = 15,\ f(5) = 11 \Rightarrow 11 \le f(x) \le 15\ ,\ \forall\ x \in [3,5]$	**2p** **3p**
2.a)	Funcția f este primitiva funcţiei $g \Leftrightarrow$ f este funcție derivabilă și $f'(x) = g(x)\ ,$ $\forall\ x > 0$ Se observă că f este derivabilă și $f'(x) = 2\left(\sqrt{x}\right)' - \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2} = g(x)$	**2p** **3p**
b)	Dacă $f'(x) > 0\ ,\ \forall\ x \in (0,+\infty) \Rightarrow f$ strict crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$ $f'(x) = g(x) = \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2} > 0\ ,\ \forall\ x \in (0,+\infty)$	**2p** **3p**
c)	$\int f^2(x) \cdot g(x)dx = \int f^2(x) \cdot f'(x)dx =$ $= \frac{1}{3}f^3(x) + C = \frac{1}{3}(2\sqrt{x} - \frac{1}{x})^3 + C$	**2p** **3p**