Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se dă progresia geometrică $b_1, 18, 6, b_4, \ldots$. Determinaţi termenii b_1, b_4, b_8 .

5p **2.** Determinați valorile reale $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $ax^2 - x - a - 1 = 0$ are două soluții reale distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x = 2\log_3 2 - \log_3 4 + \log_3 (2x-1)$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4), B(-1,1)$ și $C(3,a)$, $a \in \mathbb{R}$. Determinaţi numărul $a \in \mathbb{R}$ pentru care dreptele OC și AB sunt perpendiculare.

5p **6.** În triunghiul ABC se cunosc $AB = BC = 3$ și $AC = 3\sqrt{2}$. Determinaţi măsura unghiului A .

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 4^x & 0 \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A(x) = 6^{2x}$ pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot B = B \cdot A(x)$.

5p **c)** Rezolvaţi ecuația $X \cdot X = A(1)$, unde $X \in M_2(\mathbb{R})$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$, $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $3 * 4 = 0$.

5p **b)** Determinaţi $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * a = a * x = a$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Știind că legea " $*$ "este asociativă, calculați $\frac{1}{2026} * \frac{2}{2026} * \ldots * \frac{6202}{2026}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}\setminus\{2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+x+3}{x-2}$.

5p **a)** Demonstrați că $f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$, $x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $11 \le f(x) \le 15$, pentru orice $x \in [3,5]$.

2. Se consideră funcțiile $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$ și $g : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1+x\sqrt{x}}{x^2}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g .

5p **b)** Arătați că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.

5p **c)** Calculați $\int f^2(x) \cdot g(x)dx$.