**Examenul național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_mate-info***
**Simulare**

**Varianta 2**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

## SUBIECTUL I (30 puncte)

**5p** **1.** Determinați perechea $(a, b)$ de numere reale pentru care $\frac{3+i}{3-i} = a + bi$, unde $i^2 = -1$.

**5p** **2.** Se consideră mulţimile $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + m = 0\}$ şi $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + mx + 1 = 0\}$. Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ ştiind că $A \cap B = \{1\}$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $2 + \sqrt{2 - x} = 3x$.

**5p** **4.** Care este probabilitatea ca, alegând o submulțime din mulțimea submulțimilor mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, aceasta să conțină elementul 2.

**5p** **5.** Fie $ABC$ un triunghi cu $AB = 3$ şi $AC = 5$. Dacă $M$ este mijlocul laturii $BC$, calculaţi $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

**5p** **6.** Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $tgx = -3$, calculați $\sin 2x + \cos 4x$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

**1.** Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 0 \\ 0 & (1-x)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x$ este un număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(4)) = -27$.

**5p** **b)** Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y - xy)$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

**5p** **c)** Calculați $A(2) \cdot A(3) \cdot A(4) \cdot \ldots \cdot A(2026)$.

**2.** Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 2xy + 3x - y$.

**5p** **a)** Rezolvaţi ecuaţia $(x + 1) \circ x = 9, x \in \mathbb{R}$.

**5p** **b)** Arătaţi că legea $\circ$ nu este asociativă.

**5p** **c)** Daţi exemplu de două numere $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ astfel încât $a \circ b \in \mathbb{Z}$.

## SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

**1.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

**5p** **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to \infty} (f(x))^x$.

**5p** **c)** Să se determine valorile lui $a$, $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale.

**2.** Se consideră funcțiile:

$$f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\qquad f(x)=e^x+\frac{x-2}{x}$$
$$F:(0,\infty)\to\mathbb{R},\quad F(x)=e^x+x-\ln x^2.$$

**5p** **a)** Arătați că funcția $F$ este o primitivă a funcției $f$.

**5p** **b)** Arătați că orice primitivă a funcției $f$ este convexă.

**5p** **c)** Să se calculaze $\int(x\,f(x)+F(x))dx$