Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_şt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

a) **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
b) **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
c) **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I		**(30 de puncte)**
1.	$a_5 = a_2 + 3r$, deci $r = 3$ $a_7 = a_5 + 2r = 12 + 6 = 18$	3p 2p
2.	$f(a) = a \Leftrightarrow a^2 - 6 = a \Leftrightarrow a^2 - a - 6 = 0$ $a = -2$ sau $a = 3$.	3p 2p
3.	$3^x \cdot 3 + 2 \cdot 3^x = 45 \Leftrightarrow 3^x(3+2) = 45 \Leftrightarrow$ $3^x = 9 \Rightarrow x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile. În mulțimea numerelor naturale de două cifre , cele divizibile cu 5 sunt $5 \cdot 2, 5 \cdot 3 \ldots .5 \cdot 19$, deci sunt 18 cazuri favorabile. $P = \frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$	3p 2p
5.	$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot a + 3 \cdot 4 = 0$ $2a = -12 \Rightarrow a = -6$	3p 2p
6.	$\frac{BC}{\sin 120^\circ} = 2R$, $R = \frac{BC}{2\sin 120^\circ}$ $R = \frac{9}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II -lea		**(30 de puncte)**
1.a.	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ $3A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 - 3A = O_2$	3p 2p
1.b.	$X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA) \cdot (I_2 + bA) = I_2 + bA + aA + abA^2 =$ $I_2 + aA + bA + 3abA = I_2 + (a + b + 3ab)A = X(a + b + 3ab)$	2p 3p
1.c.	$X(a) = I_2 + aA = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ -2a & 1+2a \end{pmatrix}$, $detX(a) = 1 + 3a$ $X(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow detX(a) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -\frac{1}{3}$ Deci, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$, $X(a)$ este inversabilă	2p 3p
2.a.	$x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 =$ $= 2x(y-1) - 2(y-1) + 1 = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	2p

		3p
2.b.	$x \circ e = 2(x-1)(e-1)+1 = (e-1)(x-1)+1 = e \circ x$, pentru orice număr real x $x \circ e = x \Leftrightarrow 2(x-1)(e-1)+1 = x \Rightarrow 2(x-1)(e-1)-(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(2e-3) = 0$ pentru orice număr real x, deci $e = \frac{3}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.	2p 3p
2.c.	$a \circ a = 2(a-1)^2+1, a \circ a \circ a = 2^2(a-1)^3+1$ $2^2(a-1)^3+1 = a \Rightarrow (a-1)(2^2(a-1)^2-1) = 0 \Rightarrow a-1 = 0$ sau $4(a-1)^2 = 1$ de unde $a = 1$ sau $a = \frac{1}{2}$ sau $a = \frac{3}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al III -lea		**(30 de puncte)**
1.a.	$f'(x) = \left(\frac{x^2+x-1}{x+1}\right)' = \frac{(2x+1)(x+1)-(x^2+x-1)}{(x+1)^2}$ $f'(x) = \frac{x^2+2x+2}{(x+1)^2}$	3p 2p
1.b.	$f(0) = -1, f'(0) = 2$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x-0)$ adică $y = 2x-1$.	2p 3p
1.c.	$f'(x) > 0$ oricare ar fi $x \in \mathbb{R}-\{-1\}$ deci f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}-\{-1\}$ Pentru orice $x > 1$ avem $x^2 > 1$ deci $f(x) > f(1)$ și $f(x^2) > f(1)$ de unde obținem că $f(x)+f(x^2) > 2 \cdot f(1)$ adică $f(x)+f(x^2) \geq 1$	2p 3p
2.a.	$F'(x) = \frac{2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(2x-x^2)}{(e^x)^2} = \frac{2x-x^2}{e^x}$, pentru orice x număr real $F'(x) = f(x)$ pentru orice x număr real, deci funcția F este primitivă a funcției f	3p 2p
2.b.	Dacă G este o primitive oarecare a lui f, atunci $G'(x) = \frac{2x-x^2}{e^x}$. $2x-x^2 > 0$ pentru $x \in (0;2)$; deci $G'(x) > 0$ pe $(0;2)$ ceea ce implică faptul că G este strict crescătoare pe intervalul $(0;2)$	2p 3p
2.c.	$F''(x) = \frac{(2-2x)e^x-(2x-x^2)e^x}{(e^x)^2} = \frac{2-4x+x^2}{e^x}$ $2-4x+x^2 < 0$ pentru $x \in (1;3)$ ceea ce implică faptul că F este concavă pe intervalul $(1;3)$	2p 3p